CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

लघुग्रन्थमाला

[३३]

म० म० प० सुधाकरद्विवेदिविरचितं

दीर्घवृत्तलक्षणम्

516.02
DWI

सम्पूर्णानन्द-संस्कृत-विश्वविद्यालयः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयस्य

अभिनवप्रकाशनानि

ग्रन्थनाम	मूल्यम्
१. योगिनीहृदयम्—[तन्त्रशास्त्रम्] तृतीयं संस्करणम्। तन्त्रशास्त्रीयोऽयं ग्रन्थोऽम्बिकानन्दयोगिकृतदीपिकाख्यया भास्कररायकृतसेतुबन्धाख्यया च टीकया समलङ्कृत्य प्रकाशितः—	३३-४०
२. तत्त्वचिन्तामणिः—अनुमानखण्डात्मकः [न्यायदर्शनम्] ग्रन्थरत्नमिदं श्रीयज्ञपति-उपाध्यायकृतया 'प्रभाख्यया' व्याख्यया तथा च विद्वन्मूर्धन्येन न्यायशास्त्रस्य स्वतःप्रमाणभूतेन कुलपतिवरेण आचार्यबदरीनाथशुक्लमहोदयेन च विशिष्टैः टिप्पण-भूमिकापरिशिष्टादिभिः सम्पाद्य प्रकाश्यते—	
३. यन्त्रराजविचारविंशाध्यायी [ज्योतिषशास्त्रम्] आचार्यनयनसुखोपाध्याय-विरचितेऽस्मिन् ग्रन्थे ज्योतिषशास्त्रीयोपयोगिनां वेधादियन्त्राणां सैद्धान्तिकं प्रायोगिकञ्च समालोचनमत्र विहितम्—	११-००
४. भारतीयविचारदर्शनम्—द्वितीयो भागः [आचारशास्त्रम्] ग्रन्थेऽस्मिन् लेखकेन डॉ० हरिहरनाथत्रिपाठिना भारतीयविचाराचाराणाम् ऐतिहासिकं तुलाबोधकञ्च विवेचनं कृतम्—	१०५-६०
५. पालितिपिटकसद्दानुक्कमणिका—[कोशः] पालित्रिपिटकान्तर्गतानां शब्दानां सान्दर्भिकः समावेशोऽत्र द्रष्टुं शक्यते—	१००-६०
६. पुराणेतिहासयोः सांख्ययोगदर्शनविमर्शः [दर्शनशास्त्रम्] अनुसन्धान-प्रबन्धेऽस्मिन् लेखकेन सम्पादकेन च डॉ० श्रीकृष्णमणित्रिपाठिना महता प्रयासेन पौराणिका महाभारतीयाश्च सांख्य-योगपदार्था विवेचिताः—	३२-८०
७. वैशेषिकसिद्धान्तानां गणितीयपद्धत्या विमर्शः [गणितशास्त्रम्] गवेषणा-प्रबन्धेऽस्मिन् वैशेषिकसिद्धान्तानां गणितीयसिद्धान्तमूलकं विश्लेषणं विहितम्—	२४-६०
८. उषारागोदया [नाटिका]—श्रीमद्रुद्रचन्द्रदेवविरचितेयम् उषारागोदया विदुषा डॉ० गौरीनाथशास्त्रिणा पाठभेदादिनिर्धारणपुरःसरं सम्पाद्य प्रकाशिता—	२-००
९. स्तोत्रवल्लरी [स्तोत्रसंग्रहः] श्रीरघुनाथशर्ममहोदयेन विरचितेयं स्तोत्र-वल्लरी ध्रुवं संस्कृतवाङ्मयस्य श्रियं समेधयति—	३-५०
१०. चिद्गगनचन्द्रिका [तन्त्रशास्त्रम्] महाकविकालिदासविरचितोऽयं काव्यमयो ग्रन्थः श्रीरघुनाथमिश्रविरचितया क्रमप्रकाशिकाख्यया व्याख्यया प्रकाशितः—	६०-००
११. संस्कृत आयोग का प्रतिवेदन—भारत सरकार ने सन् १९५६ ई० में डॉ० सुनीतिकुमार चटर्जी की अध्यक्षता में 'संस्कृत आयोग' का गठन किया था। इस आयोग की मौलिक संस्तुति १९५८ ई० में ही अंग्रेजी में प्रकाशित हो गयी थी, जिसका राष्ट्रभाषा हिन्दी में सर्वप्रथम प्रकाशन किया गया है। यह ग्रन्थ संस्कृत-भाषा के चतुरस्र विकास की दिशा में रचनात्मक समाधान प्रस्तुत करता है—	३२-००

प्राप्तिस्थानम्—विक्रयविभागः, अनुसन्धानसंस्थानम्, सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयस्य, वाराणसी-२२१००२.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

LAGHUGRANTHAMĀLĀ

[Vol. 33]

DĪRGHAVRITTALAKṢAṆAM

By

M. M. P. SUDHĀKARA DVIVEDĪ

Edited By

DR. KRIṢṆACANDRA DVIVEDĪ

Reader & Head of jyotiṣa Department

Sampurnananda Sanskrit Vishvavidyalaya

VARANASI

ज्यो. 366

Research Publication Supervisor

DR. BHĀGĪRATHA PRASĀDA TRIPĀTHĪ 'VĀGĪŚA ŚĀSTRĪ'

Director, Research Institute

Sampurnananda Sanskrit Vishvavidyalaya

VARANASI

1981

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGango

Published By—
Director, Research Institute,
Sampurnanand Sanskrit Vishvavidyalaya,
Varanasi.

96.02
Ow

Available At—
Sales Department
Sampurnanand Sanskrit Vishvavidyalaya,
Varanasi-221002.

First Edition : 1000 Copies.
Price Rs. 4-50 P.

Printed by—
Tara Printing Works
Varanasi.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

त सहितम

लघुग्रन्थमाला

[३३]

म० म० प० सुधाकरद्विवेद्विप्रणीतं

दीर्घवृत्तलक्षणम्

सम्पादकः

विद्यावारिधिः कृष्णचन्द्रद्विवेदी

उपाचार्योऽध्यक्षश्च

ज्योतिषविभागस्य

सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालये

अनुसन्धानप्रकाशनपर्यवेक्षकः

डॉ० भागीरथप्रसादत्रिपाठी 'वागीशः शास्त्री'

अनुसन्धानसंस्थाननिदेशकः,

सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालये

वाराणस्याम्

२०३७ तमे वैक्रमाब्दे   १९०२ तमे शकाब्दे   १९८१ तमे खैस्ताब्दे

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fu

प्रकाशकः—

अनुसन्धानसंस्थाननिदेशकः,
सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयः,
वाराणसी ।

प्राप्तिस्थानम्—

विक्रयविभागः,
सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयः,
वाराणसी—२२१००२.

प्रथमं संस्करणम् : १००८ प्रतिरूपाणि
मूल्यम् ४-५० रूप्यकाणि

95832

मुद्रकः
तारा यन्त्रालय,
वाराणसी

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

प्रास्ताविकम्

सर्वविद्याकरत्वं वेदानां समाम्नायते भारतीयपरम्परायाम्। ऋग्वेदादिसंहितासु नक्षत्रविद्याया भूयांसि स्थलानि विलोक्यन्ते। नक्षत्रं नाम ज्योतिः। तद्विज्ञानार्थं यदनुशासनं क्रियते तत् खलु ज्योतिषम्। ज्योतींष्यधिकृत्य कृतो ग्रन्थो ज्योतिषम्। उक्थादिषु न्यायनिरुक्तादिशास्त्रैः सह ज्योतिषशब्दोऽपि पठितः। शाकटायनव्याकरणे तु ज्योतिषशब्दादण्, औत्वाभावस्तु निपात्यते। नेत्रं ज्योतिष्मदिति कृत्वा शास्त्रमिदं वेदोपकारकत्वाद् वेदपुरुषस्य चक्षुःस्थानीयं मतम्। लगधप्रणीतः पद्यमयो लघुग्रन्थस्तावद् ऋग्वेदाङ्गज्योतिषनाम्ना प्रसिद्ध इदानीमपि समुपलभ्यते। किन्तु शास्त्रत्वेन त्रिधा पुष्पितं फलितं चेदं ज्योतिषं जगन्मार्गदर्शकपदं लेभे। इतो गतमिदं पाश्चात्त्ये जगति विविधेषु स्वरूपेषु पल्लवितमभूत्। तज्ज्ञानमपि समये समये तत्तज्ज्योतिषशाखासु समावेशितमिति यथार्थतो विज्ञानपदमलम्भि ज्योतिषशास्त्रेण। वराहमिहिरकालादारभ्येह तादृशज्ञानसमावेशसाक्ष्यमवलोक्यते। सवाईजयसिंहकाले तु स्पष्टतो यवनभाषयाऽऽरब्यभाषया च लिखितानां केषाञ्चन ज्योतिषग्रन्थानां समजनि संस्कृतानुवादः। तदानीं ज्योतिषशास्त्रनदीष्णाः संस्कृतपण्डिताः पाश्चात्त्यभाषानिपुणा अपि भवन्ति स्म।

आधुनिके युगे म० म० बापूदेवशास्त्रि-म०म०सुधाकरद्विवेदिप्रभृतयस्तादृशा विद्वांसोऽभूवन्, ये पाश्चात्त्यभाषाभिज्ञाः पाश्चात्त्यगणितज्ञग्रन्थान् सम्यक् पर्यालोड्य तदाधारेण संस्कृतभाषया स्वोपज्ञग्रन्थान् व्यरचयन्। म० म० श्रीबापूदेवशास्त्रिणा सरलत्रिकोणमितिरिति ग्रन्थो व्यरचि च्छात्रजनहितकाम्यया। तत्परवर्तिना समानकालिकेन गणकशिरोमणिना विद्वत्तल्लजेन विष्वक्प्रतिभाप्रकाशोन्मीलितसंविदा म० म० सुधाकरद्विवेदिना ज्योतिर्विज्ञानक्षेत्रे काऽप्यपूर्वा सुधारसधारा वर्षितेति व्याहारे नास्ति कश्चन संशीतिलेशः।

इह 'दीर्घवृत्तलक्षणम्' इत्याख्ये ग्रन्थे महामतिना तेन प्रायोऽनूनकं विषयं मूलतो वृत्तमुखेन (पञ्चषस्थलेषु गद्येन) समुपवर्ण्य परत उपपत्तयो निर्दशिताः। इत्थमर्वाचीनमपि ज्ञानमिह प्राचीनभारतीयदिशा समाश्रुतं श्रीमद्द्विवेदिमहाभागेन। अण्डवृत्तोपपत्तिमयस्य ग्रन्थस्यास्य विरचनप्रसङ्गे तन्मतेन बहूनामाङ्ग्लभाषामयग्रन्थानां साहायकमङ्गीकृतम्। तत्र Taylor, Lagrange, De Moivre इत्यादीनां कोविदानां नामानि प्राधान्यं भजन्ते। दीर्घवृत्तम् आङ्ग्लभाषाया एलिप्स (Ellips) इति शब्दस्यानुवादः। स तु ग्रीक्भाषाया एलिफिस्शब्दाद् गृहीतोऽभूत्। म०म०सुधाकरद्विवेदिकृतस्य ग्रन्थस्यास्य महिमा 'लोगारिद्म्स' (Logarithms) इत्यस्योपपत्तिदर्शनेन समाकलनीयः कोविदैः। इह ग्रन्थे षष्टितमे पृष्ठे स इत्थमुपवर्णितः—

रूपोननिष्पत्तिहतं सेन्दुनिष्पत्तिसंज्ञकम्।
द्विघ्ननिष्पत्तिभक्तं तल्लघुरिक्थं हतं तथा॥ इति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE

म० म० बापूदेवशास्त्रिणा लोगारिद्म्स (Logarithms) शब्दस्यानुवादो ...पपत्ति यद्यपि सरलत्रिकोणमितिग्रन्थे 'प्रघातमापकम्' इति शब्देन समाख्यातः, तथापि तद्व्युत्पादनविधिर्न व्याहृतः। सर्वतः प्रथमं श्रीसुधाकरद्विवेदिमहोदयेनैव शब्दोऽसौ **'लघुरिक्थ'** इति संस्कृतानुवादेन निरूपितः। एवमेव ज्योतिर्विज्ञानक्षेत्रे संस्कृतेन बहून् पारिभाषिकान् शब्दाननूद्य नूनं परवर्तिनामन्धतमसाच्छन्नः पन्थाः समुद्भासितः। दीर्घवृत्तलक्षणमिदं तु विशेषतश्छात्राणां हितकाम्यया संदृब्धम्। यथोक्तं प्रणेत्रैव—'छात्रैरेतच्च संचिन्त्यं सर्वं बुद्ध्या विशेषतः' इति (नवमे पृष्ठे)। सम्पूर्णानन्द-संस्कृतविश्वविद्यालयस्यान्यत्र च सिद्धान्तज्योतिषाचार्यपरीक्षायां ग्रन्थोऽयं पाठ्यतया निर्धारितोऽपि।

दीर्घवृत्तलक्षणमेतन्महामहोपाध्यायानां सम्मुख एव १८८१ तमे खीस्ताब्दे वाराणसेयचौकस्थितव्रजभूषणदास-एण्ड-कम्पनीतः प्रकाशितम्। द्वितीयसंस्करणमेतदीयं सरस्वतीभवनपुस्तकालयस्थेन विदुषा पण्डितबलदेवमिश्रेण टिप्पण्यादिभिर्विभूष्य सम्पादितं 'मास्टरखेलाड़ीलाल एण्ड सन्स' इत्याख्येन प्रकाशकेन च प्रकाशितं त्रिषष्टिवर्षानन्तरम् १९४३ तमे खीस्ताब्दे। किन्तु तस्यास्यात्यन्तमुपादेयस्य ग्रन्थस्य बहोः कालादप्राप्ततया विद्यार्थिभिस्तद्गुरुभिश्च महत् कष्टमनुभूयते स्मेति तदुपकारधिया विश्वविद्यालयस्यास्य ज्योतिषविभागाध्यक्षेण कर्मठेन महाध्यवसायिना श्रीमता डॉ० कृष्णचन्द्रद्विवेदिना मदीयमवधानं समाकृष्टम्। ततस्तेन महता श्रमेण पुस्तकं सम्पाद्य प्रकाशनार्थं सर्मपितम्। तदिदं लघुग्रन्थमालायास्त्रयस्त्रिंशत्तमप्रसूनतया प्रस्फुटितं लघु प्रकाशमानीतमुपस्थाप्यते। पुस्तकस्यास्य प्रकाशनेन विद्वज्जनाः प्रीणिता जिज्ञासवश्च नूनमुपकृता भविष्यन्तीति ध्रुवं प्रत्येति

वाराणस्याम्
संकष्टचतुर्थ्याम् २०३७ वै०
(२३-१-८१ खी० भृगौ)

भागीरथप्रसादत्रिपाठी 'वागीशः शास्त्री'
निदेशकः
अनुसन्धानसंस्थानस्य

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भूमिका

सिद्धान्तज्यौतिषमधिजिगांसूनां कृते शङ्कुच्छिन्नक्षेत्राणां परिचयोऽतितरामावश्यको भवति। तत्र को नाम शङ्कुः, कानि च शङ्कुच्छिन्नक्षेत्राणीति जिज्ञासायामस्माकं भारतीयानां सूचीक्षेत्रं स्मर्यते। सूचीक्षेत्रं नाम तत्र एकपार्श्वे सूच्याकारत उत्तरोत्तरवृद्धिक्रमेण वृत्तैर्निर्मितं क्षेत्रं सूचीक्षेत्रं नाम, तदेव यवनभाषायाम् [कोन–CONI] शङ्कुरिति व्यपदिश्यते। सा सूची वृत्ताधारा-दृग्वृत्ताधाराप्रभृतिका भवितुमर्हति। तत्र यदि वृत्ताधारा सूची आधारसमानान्तरेण धरातलेन च्छिद्यते, तर्हि च्छिन्नप्रदेशस्य वृत्तत्वं भवति, किन्तु सूच्याः परमाधिकपरमाल्पकर्णमूलगतरेखया यत् त्रिभुजं परमाल्पपरमाधिककर्णाधो वृत्तव्यासैस्त्रिभुजमुत्पद्यते, तत् स्थिरत्रिभुजमिति कथ्यते।

तत्र स्थिरत्रिभुजोपरि लम्बभूतेन धरातलेन सूची छिद्यते। तद्धरातलं चाधारवृत्तधरा-तलस्यासमानान्तरं भवेत्, तर्हि च्छिन्नप्रदेशस्य दीर्घवृत्तत्वम् [एलिप्स–ELLIPSE] भवति। यदि चैककर्णसमानान्तरेण धरातलेन सूचीक्षेत्रं छिद्यते, तर्हि छेदनप्रदेशस्य परवलयत्वम् [पैराबोला–PARABOLA] भवति। सूचीकर्णासमानान्तरधरातलेन सूच्या छेदने सूच्या उभयदिशि वर्धने छिन्नप्रदेशस्य अतिपरवलयत्वम् [हाईपरबोला–HIGHPARBOLA] रूपं भवति। इमानि [कानिसेक्शन–CONICXUN[क्षेत्राणि व्यपदिश्यन्ते।

तत्र च्छायाभ्रमणे चत्वार्यपि क्षेत्राणि उपयुज्यन्ते। वृत्तदीर्घवृत्तयोरुपयोगस्तु सिद्धान्त-ज्यौतिषे प्रायेण भवति। अत्र म० म० प० सुधाकरद्विवेदिना—"यो यस्मिन् खचरान् क्षेत्रे" इत्यादिश्लोकमुखेन वर्णितम्।

तत्र द्विवेदिमहोदयाः कथयन्ति यदीश्वरेण निर्मिते दीर्घवृत्त एव ग्रहाः परिभ्रमन्ति, किन्त्वस्माकमाचार्याः पुरातनयवनाचार्याश्च वृत्ते एव ग्रहाणां गतिमुररीकुर्वन्ति स्म। तेनापि ग्रहाणां गतिषु वैषम्यमकिञ्चित्करमेवोपलभ्यते स्म।

सूर्यकेन्द्रीयग्रहनिकाये केपलरेण दीर्घवृत्तेषु समानेन कालेन समानमेव क्षेत्रफलमाक्रामन् ग्रहो भ्रमतीति निर्धारितम्। तेन हि पुरातनीं समानकालेन समानकोणात्मिकां ग्रहगतिमुपेक्ष्यैव दीर्घवृत्तेषु समक्षेत्रफलाक्रमणनियम उदघोषि।

नियमोऽयं न्यूटनेन गतिविज्ञानेनोपपादितः। ततः प्रभृति दीर्घवृत्तेषु ग्रहाणां गतयो विज्ञानसम्मता समभूवन्।

दीर्घवृत्तस्य लक्षणानि सर्वप्रथमं **परगा**निवासि 'अपोलोनियस'महोदयेनाविष्कृतानि। अयं हि भौतिकविज्ञानोपज्ञातुः 'आर्कमिडीज'महोदयस्य [२८७-२९७] सहयोगी अभवत्, समकालिको वा।

दीर्घवृत्तं भारते कदा प्रभृति अध्ययनाध्यापनेषु लब्धप्रतिष्ठमभवदिति विमर्शनायां ब्रिटिश-राज्यसमकालमेवाधुनिकगणितप्रवेशो भारते समजनि।

सर्वप्रथमं भारतीयलेखकेषु डॉ० आशुतोषमुखोपाध्यायमहोदया आङ्ग्लभाषायां दीर्घवृत्त-लक्षणमलिखत्। तत्र बहूनां विषयाणां रेखागणितेन दीर्घवृत्तलक्षणान्तर्गता व्याख्या व्यधायि।

दीर्घवृत्तं ग्रहगणिते कियदुपयोगीति आधुनिकसिद्धान्तज्यौतिषं पिपठिषूणां नातिरोहितम्। म० म० प० सुधाकरद्विवेदिमहोदयेनातीव सरलया सरण्या दीर्घवृत्तलक्षणानां परिचय उपास्थायि।

छात्राणां यावान् बोधोऽनेन ग्रन्थेन सुशको भवति, नापरैर्ग्रन्थैस्तादृशः सम्भवति; किन्तु दीर्घवृत्तलक्षणोपहिततत्त्वैर्ग्रहाणां मन्दफलसाधने यान्युपकरणान्यपेक्ष्यन्ते, तानि सर्वाणि माननीय-द्विवेदिमहोदयेन नोपस्थापितानि।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE

यथा रविकेन्द्रतो ग्रहाणां मन्दकर्णानयनस्य परमप्रयोजनीयता मन्दफलसाधने समुपतिष्ठते, तस्य साधनाभावः सुधाकरीयदीर्घवृत्तलक्षणे अध्येतॄणामसन्तोषावह एव ।

भास्कराचार्येण लीलावत्यामुड्डीनमानं साधितम्, तत्तु द्विवेदिमहोदयेन दीर्घवृत्तलक्षणान्तर्गतमेवोपपादि; किन्तु यस्मिन् दीर्घवृत्ते नाभिगतरेखाभ्यां परिधौ समकोणो नोत्पद्यते, तत्र साधनमिदमप्रयोज्यं भवति ।

प०बलदेवमिश्रेण सम्पादिते दीर्घवृत्तलक्षणे बहूनां डॉ० आशुतोषमुखोपाध्यायानां प्रश्नानां समावेशो विहितः, स तु छात्राणां बुद्धिवैशद्यार्थमुपयोगी ।

म० म० प० सुधाकरद्विवेदिमहोदयेन दीर्घवृत्तलक्षणसदृशशुष्कविषयस्य सरलया सुबोधया संस्कृतभाषया समुपस्थापनमतीव चामत्कारिकं विद्यते । छात्राणां विदुषां च सन्तोषार्थमिदानीं दुर्लभप्रायग्रन्थोऽयं सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयेन लघुग्रन्थमालायोजनायां सर्वेषां गतपञ्चवर्षाद् अतृप्तानां ज्यौतिषपरीक्षासु प्रविष्टानां छात्राणामुपकारार्थं तथा लुप्तप्रायविद्यानां सञ्जीवनाय प्रकाश्यते ।

म० म० प० सुधाकरद्विवेदिनो दीर्घवृत्तविषयेऽथवा सर्वेषु नवीनगणितविषयेष्वाङ्गलभाषातो संस्कृते हिन्दीभाषायां पारिभाषिकशब्दावलीनां प्रथमनिर्मातारो विद्यन्ते । एलिप्स [ELLIPSE] इत्यस्य दीर्घवृत्तम् । पैराबोला [PARABOLA] इत्यस्य परवलयम्, हाईपरबोला [HIGHPERBOLA] इत्यस्यातिपरवलयम्, कोन [CONE] इत्यस्य शङ्कुः, डिफरेन्सियल करकुलस [DIFFRENTIAL CALCULUS] इत्यस्य चलनकलनम्, इन्टिग्रलकरकुलस [INTEGRAL CALCULUS] इत्यस्य चलराशिकलनम् इत्येवमादयः पारिभाषिकशब्दाः शोभन्ते ।

अद्याप्याधुनिकवैज्ञानिकविषयाणां हिन्दीभाषायामनुवादं कर्त्तुमनसां मनीषिणां प्रेरणास्रोतांसि विद्यन्ते । दीर्घवृत्तस्यानुवादस्तु द्विवेदिमहोदयैस्तथाकृतो यथा तदध्येतॄणां मनसि एतादृशी शङ्कापि नावकाशं लभेत, यदयं ग्रन्थ आङ्गलभाषातोऽनूदितो विद्यते ।

स्वनामधन्या महामहोपाध्यायपदभाजो द्विवेदिमहोदया वाराणसीपरिसरे खजुरीनामकं ग्रामं स्वजन्मनाऽलञ्चकार । स तदानीन्तनानां वाराणसेयानां चतुर्णां चतुराणां मध्ये गण्यते स्म । महाकविर्भारतेन्दुहरिश्चन्द्रः, राजा शिवप्रसादगुप्तसितारेहिन्दः, म० म० प० सुधाकरद्विवेदी इतीमे चत्वारः काशीनगरीचतुरा निगद्यन्ते स्म । चत्वारोऽपि स्वस्वविषयेऽद्वितीया एवासन् ।

महामहोपाध्यायद्विवेदिमहोदयेन तदानीन्तनज्यौतिषपाठ्यप्रणाली नवीनगणितमण्डिताऽकारि । इदानीमपि सैव परिपाटी प्रचलति ।

सन् १८४५ ईस्वीये वत्सरे जन्मवता द्विवेदमहोदयेन १९१० ईस्वीयवत्सरे श्रीविश्वनाथसायुज्यमवापि । स हि मैथिलपण्डितस्य शिष्यः । प्रथितयशसो श्रीबापूदेवशास्त्रिमहोदयस्यालोचकः काशिराजकीयसंस्कृतमहाविद्यालयस्य पुस्तकालयाध्यक्षपदमलङ्कृत्य ज्यौतिषप्रोफेसरपदमपि भूषयाञ्चकार । आशासे यद् विद्वांसः छात्राश्च परिश्रममिमं सफलयिष्यन्तीति ।

वाराणस्याम्
२०३७ वै० सं०
(१-१-१९८१ ख्रै०, गुरौ)

विदुषामाश्रवः
कृष्णचन्द्रद्विवेदी
उपाचार्यः—अध्यक्षश्च, ज्यौतिषविभागस्य

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विषयानुक्रमणिका

विषयः	सूत्राङ्कः	पृष्ठाङ्कः
दीर्घवृत्तलक्षणम्	१	१
अक्षनाभिलक्षणम्	२	२
भुजकोटिलक्षणम्	३	२
सम्बन्धसाधनम्	४	३
वृहद्व्याससाधनम्	५	४
मूलविन्दुतो भुजेन कोटिसाधनम्	६-७	४-५
लघुव्यासमानम्	८	५
वृहद्व्यासमानम्	८	५
कोटिसाधनम्	९-१०	५-६
लघुव्यासे कोटिमानम्	११	७
लघुव्यासे परिणतकोटिमानम्		
परिधिस्थविन्दुतो नाभिगतरेखयोर्योगस्य स्थिरत्वस्थिरमानस्य तस्य कथनम्	१२	७
वृहद्व्यासतुल्यत्वप्रदर्शनम्	१३-१४	८-९
वृहद्व्यासखण्डाभ्यां लघुव्यासानयनम्		९
लघुव्यासमानकथनम्	१५	९
रूपतुल्ये सम्बन्धे व्यासप्रमाणम्	१६	१०
शून्यतुल्यसम्बन्धे व्यासप्रमाणम्	१७	१०
दीर्घवृत्ते केन्द्रनाभ्यन्तरमानम्	१८	१०
शून्यतुल्ये नाभिकेन्द्रान्तरे वक्रस्य वृत्तत्वम्	१९	११
नाभितो लघुर्व्यासाग्रगतरेखाया वृहद्व्यासार्द्धतुल्यत्वकथनम्	२०	१२
परिधिस्थेतरविन्दुतो भुजकोटिमानप्रदर्शनम्	२१	१२
परिधिस्थविन्दुतः स्पर्शरेखाकरणम्	२२	१४
परिधिवहिस्थविन्दुतः स्पर्शरेखाकरणम्	२३	१५
नाभिभ्यां स्पर्शरेखोपरि कृतलम्बयोर्घातमानम् उड्डीनमानानयनं च	२४	१६

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M

विषयः	सूत्राङ्कः	पृष्ठाङ्कः
स्पर्शरेखोपरि कृतलम्बमूलतो नाभिगतरेखायाः ½ वृ० व्या तुल्यत्वम्	२५	१९
स्पर्शरेखाबृहद्व्यासयोगात् केन्द्रगतरेखाभुजयोर्घातस्य (½ वृव्या)² तुल्यत्वकथनम्	२६	२०
स्पर्शरेखालघुव्यासयोगात् केन्द्रगतरेखाया कोटेश्च घातः (½ लव्या)²	२७	२१
स्पर्शरेखोपरि लम्बस्य बृहल्लघुव्यासयोर्लग्नखण्डयोः प्रमाणकथनम्	२८	२१
पूर्वोक्तलम्बस्य बृहद्व्यासावधिखण्डमानम्	२९	२२
स्पर्शरेखोपरि लम्बस्य लघुमानानयनम्	३०	२२
पूर्वोक्तलम्बस्य बृहल्लघुव्यासावधिखण्डयोर्घातमानम्	३१	२२
पूर्णज्यार्द्धबिन्दोर्भुजात् कोटिज्ञानम्	३२	२५
पूर्णज्यासमानान्तरस्पर्शरेखास्थविन्दोर्भुजकोट्यानयनम्	३३	२७
मिथः सक्तपूर्णज्यकासमान्तरा रेखा दीर्घवृत्ते स्पर्शरेखा भवतीति प्रदर्शनम्	३४	२७
बृहल्लघुव्यासयोर्वर्गयोगस्वसक्तपूर्णज्ययोर्वर्गयोर्योगसमः	३५	२८
पूर्णज्याग्राद् नाभिगतरेखयोर्घातमूलमपरस्याः पूर्णज्याया अर्द्धेन तुल्यम्	३६	२९
मिथः सक्तपूर्णज्याग्रबिन्दुस्थस्पर्शरेखाभिरुत्पन्नचतुर्भुजक्षेत्रफलं व्यासयोर्घातेन तुल्यम्	३७	३०
अत्यासन्नबिन्दुभ्यां स्पर्शरेखयोः कृतलम्बयोर्योगतो भुजमानानयनम्	३८	३२
वक्रक्षेत्रसजातीयपरिधौ सजातीयव्यासानयनम्	३९	३३
वक्रक्षेत्रफलस्य तात्कालिकमत्यानयनम्	४०	३४
वक्रक्षेत्रकर्णस्य ,, ,, ,,	४१	३५
वक्रक्षेत्रघनफलस्य ,, ,, ,,	४२	३६
वक्रक्षेत्रपृष्ठक्षेत्रफलस्य ,, ,, ,,	४३	३६
चलराश्योर्घातस्य ,, ,, ,,	४४	३८
चलराशेर्घातस्य ,, ,, ,,	४५	३८
जीवायास्तत्कालगत्यानयनम्, जीवागतितश्चापतत्कालगतिः (अनुकलनम्)	४६	३९
स्थिरसं० गुणितचलराशेस्तात्का० सम्बन्धः	४७	४०

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विषयः	सूत्राङ्कः	पृष्ठाङ्कः
चलराशिघातस्य तात्कालिकसम्बन्धतश्चलराशेरानयनम्	४८	४१
स्थिरसंख्यागुणिततात्कालिकसम्बन्धतश्चलराशेरानयनम्	४९	४१
(४९) सूत्रस्यैव स्वरूपमिदम्		४१
स्थिरगुणितचलराशिघातरूपतात्कालिकसम्बन्धः	५०	४२
हरलघुरिक्थांशकस्य भिन्नस्यानुकलनम्	५२	४८
लघुरिक्थीयतात्कालिकसम्बन्धस्यानुकलनम् [अनुकलम् = चलराशेरानयनम्]	५३	४८
दीर्घवृत्तक्षेत्रफलानयनम्, परिध्यानयनञ्च	५४	५३
प्रकारान्तरेण दीर्घवृत्तपरिध्यानयनम्	५५	५५
,, ,, ,,	५६	५५
दीर्घवृत्तघनफलानयनम्, दीर्घवृत्तफलानयनञ्च—	५७	५६
[क] वेगसमानान्तरचतुर्भुजेन परिणावेगानयनम्		५७
[ख] केन्द्रीयबलेनाकृष्टस्य पिण्डस्य दीर्घवृत्ते भ्रमणम्		६०
[ग] सूर्यस्य परितो ग्रहाणां दीर्घवृत्तीयपथे भ्रमणं समानेन कालेन समानमेव क्षेत्रफलाक्रमणम्		७०
ग्रन्थकारपरिचयः		७२

❀ ❀ ❀

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding:

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

म० म० श्रीसुधाकरद्विवेदिप्रणीम्
उपपत्तिसहितं

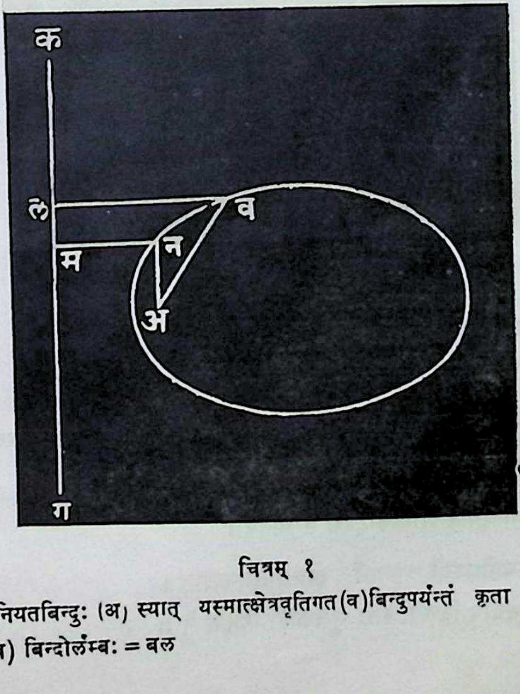
दीर्घवृत्तलक्षणम्

❀ ❀ ❀

यो यस्मिन् खचरान् क्षेत्रे नियोज्यासृजदीश्वरः ।
ब्रह्माण्डं तं नमस्कृत्य तल्लक्षणगुणान् ब्रुवे ।। १ ।।

तत्र तावत् तत्क्षेत्रलक्षणं तत्संज्ञा च निरूप्यते

१. नियतस्थितचिह्नाद्या रेखा यत्परिधिं गता ।
नियतस्थितरेखायां यश्च लम्बो वृतिस्थितात् ।।
तद्बिन्दोस्तुल्यसम्बन्धस्त्वनयोर्यदि जायते ।
रूपाल्पो दीर्घवृत्तं तत्क्षेत्रं नव्यैरुदाहृतम् ।।
यथा



चित्रम् १

यदि नियतबिन्दुः (अ) स्यात् यस्मात्क्षेत्रवृतिगत(व)बिन्दुपर्यन्तं कृता अव रेखा तथा कग रेखायां (व) बिन्दोर्लम्बः = वल

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

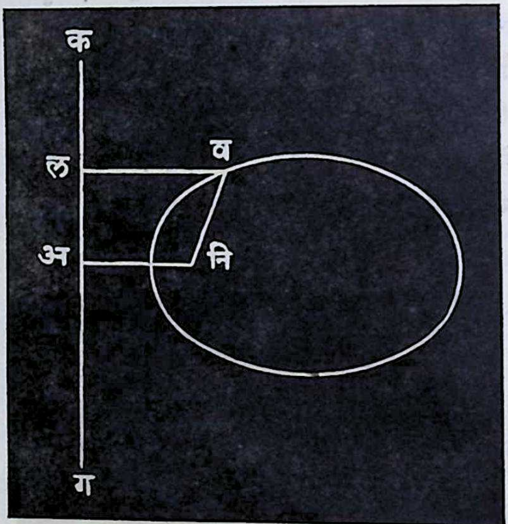
एवं $\frac{\text{अव}}{\text{वल}} < १$, वा $\frac{\text{अन}}{\text{मन}} < १$,

अथच $\frac{\text{अव}}{\text{वल}} = \frac{\text{अन}}{\text{मन}}$ इत्यादि, तदेदं क्षेत्रं दीर्घवृत्तसंज्ञमिति ज्ञेयम् ।

नियतबिन्दुरेखयोर्मूलबिन्दोश्च संज्ञामाह

२. तत्क्षेत्रनाभिः कथिता नवीनैस्तत्क्षेत्रमध्यस्थित एव बिन्दुः ।
स निश्चितो या नियता च रेखा साऽक्षश्च तत्क्षेत्रगुणप्रसिद्ध्यै ॥

यथा



चित्रम् २

नाभिस्थानात्कृतो लम्बस्तदक्षोपरि यत्र सः ।
अक्षे निपतितो बिन्दुर्मूलसंज्ञस्स उच्यते ॥

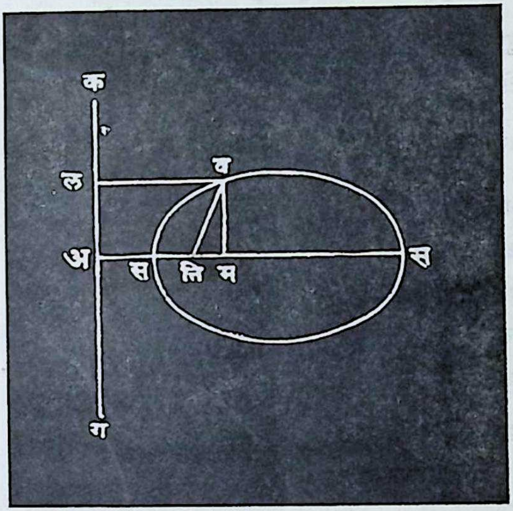
अत्र "नि" नियतबिन्दुरस्य क्षेत्रस्य नाभिः कथ्यते, कग रेखा तु अक्षसंज्ञा तथा नि स्थानात्कृतस्य निअ लम्बस्य मूलं अ मूलबिन्दुश्चोच्यते नवीनैः ।

अथ क्षेत्रवृतिस्थबिन्दोर्भुजकोट्योः संस्थानम् ।

३. तदक्षलम्बयोर्लम्बौ कार्यौ क्षेत्रवृतिस्थितात् ।
कस्माच्चिदपि बिन्दोः स्तो भुजकोटी क्रमेण ते ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



चित्रम् ३

यथा

व बिन्दोः कग अक्षस्योपरि यो वल लम्बः

तद्बिन्द्वोश्च निअ लम्बोपरि वम लम्बश्च यः

तौ व बिन्दोः क्रमेण भुजकोटी भवतः ।

अथ भुजात्कोटयानयनम्

समानसम्बन्धद्योतकवर्णः = इ

अत्र भुजः = वल = मअ, तदा, निव = मअ·इ (द्र० प्रसू) अथ निअ तु सर्वदा स्थिर-संख्यास्ति तद्द्योतकः = प

∴ निम = मअ − अनि = भु − प

वम^2 = निव^2 − निम^2 = भु.इ^2 − (भु − प)^2

अतः सूत्रम्

४. समानसम्बन्धभुजाहतिस्तथा तन्मूलनाभ्यन्तरहोनितो यः ।
भुजस्तयोर्वर्गवियोगमूलं स्यात्कोटिमानं किल दीर्घवृत्ते ॥

अस्मिन् वम^2 = भु^{2}.इ^2 − (भु − प)^2 समीकरणे

यदि वम = ० तथा $\pm$ भु.इ = भु − प

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$\therefore$ भु = $\frac{प}{१ + इ}$ वा, भु = $\frac{प}{१ - इ}$ अत्र भुजस्य मानद्वय

अतो लघुभुजः = अस, वृभु = असं अनयोरन्तरं ससं

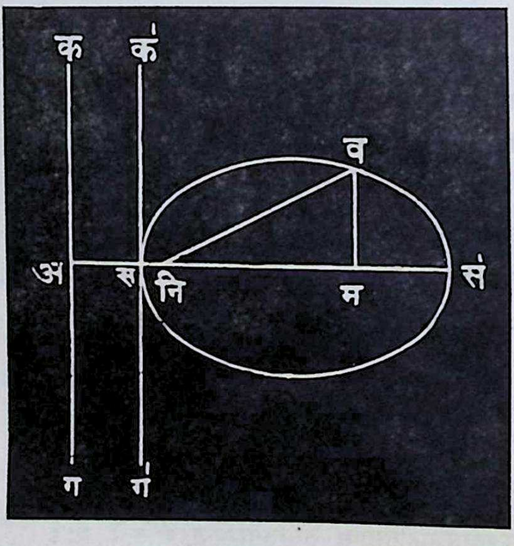
अयमेव क्षेत्रस्य वृहद्व्यासः तत्स्वरूपं प्रकारान्तरेण

वृभु − लभु = $\frac{प}{१ - इ}$ − $\frac{प}{१ + इ}$ = $\frac{२ इ. प}{१ - इ^२}$ = वृव्या

अतः सूत्रावतारः

५. नाभिमूलान्तरं द्विघ्नं समनिष्पत्तिसंहतम् ।
रूपनिष्पत्तिकृत्योश्च विशेषेण हृत फलम् ॥
बृहद्व्यासाभिधो ज्ञेयो दीर्घवृत्ते विचक्षणैः ।
तस्मादन्यगुणानस्य प्रवदामि विलक्षणान् ॥

६. तल्लम्बक्षेत्रयोगे चेदक्षः कोटिर्मिति तदा ।
भुजाद्वचिम प्रकारेण लब्धवर्णस्फुटेन हि ॥



चित्रम् ४

यदि कग अक्षः कंसगं रेखा स्यात्तदा तु व बिन्दोः सम भुजः वम कोटिरस्ति । अथ तत्र भुजात्कोट्यानयनम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$अम = भु + सअ = भु + \frac{इ. प}{१ + इ}$$

$$\therefore निव = इ. भु + \frac{इ. प}{१ + इ}, निम = भु - \frac{इ. प}{१ + इ}$$

$$वम^२ = \left\{ इ. भु + \frac{इ. प}{१ + इ} \right\}^२ - \left\{ भु - \frac{इ. प}{१ + इ} \right\}^२$$

$$= भु \ (इ + १) \left\{ इभु - भु + \frac{२ इ प}{१ + इ} \right\} वा,$$

$$भु \left\{ इ + १ \right\} \left\{ भु \ (इ - १) + \frac{२ इ. प \ (१ - इ)}{१ - इ^२} \right\}$$

अथ

$$\frac{२ इ प}{१ - इ^२} = वृव्या = २क \ तदा$$

$$वम^२ = भु \left\{ इ + १ \right\} \left\{ भु \ (इ - १) + २क \ (१ - इ) \right\}$$

$$= भु \left\{ इ + १ \right\} \left\{ २क \ (१ - इ) - भु \ (१ - इ) \right\}$$

$$= भु \left\{ इ + १ \right\} \left\{ (१ - इ) \ (२क - भु) \right\}$$

$$= (१ - इ^२) \ (२क.भु - भु^२)$$

अतः

७. **बृहद्व्यासाद्भुजोनघ्नाद्रूपनिष्पत्तिवर्गयोः।**
अन्तरेण हतान्मूलं कोटिमानं प्रजायते॥

पूर्वसमीकरणे यदि भुजमानम् = $\frac{१}{२}$ वृव्या = क तदा $वम^२ = (१ - इ^२) \ क^२$,

$\therefore वम = क \sqrt{१ - इ^२}$, $२ \ वम = २ \ क \sqrt{१ - इ^२}$ अत्र २ वम = लघुव्यासः

अतः सूत्रम्

८. **समानसम्बन्धशशाङ्कवर्गयोर्विश्लेषमूलं स्वबृहन्मितेन।**
व्यासेन निघ्नं भवतीह नूनं तदल्पविष्कम्भमितिः स्फुटैव॥

अथ

९. **लघुव्यासरेखैव चेद्दीर्घवृत्ते**
भवेदक्षरेखा तदा दोःप्रमाणात्।
यथा कोटिमानं तथा वच्मि विद्वन्
इदं चोपयुक्तं मदुक्तं विचिन्त्यम्॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यथा यदि कग′ रेखाऽक्षः स्यात् वल रेखा च भुजः स्यात्। तदा वल′ = पूर्वभुजः = वल + लल′ = भु + $\frac{१}{२}$ वृव्या = भु + क

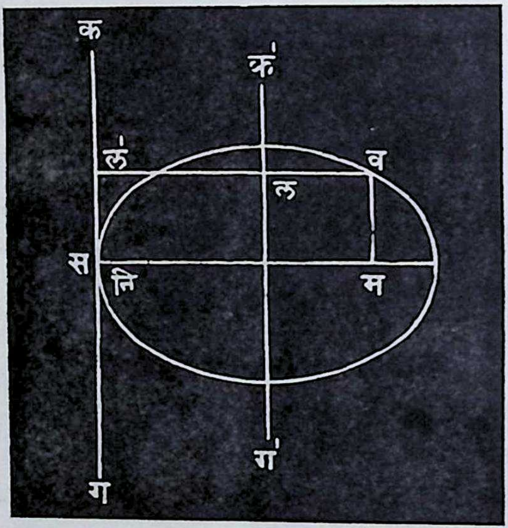
ततः (७ सूत्रेण)

$$वम^२ = (१ - इ^२) (भु + क) (क - भु) = (१ - इ^२) (क^२ - भु^२)$$

परन्तु (८ सूत्रेण)

$$लव्या = वृव्या \sqrt{१ - इ^२} \therefore \frac{लव्या}{वृव्या} = \sqrt{१ - इ^२}$$

वा, $\frac{लव्या^२}{वृव्या^२} = १ - इ^२$ अत्र, लव्या = २ अ



चित्रम् ५

तदा पूर्वसमीकरणरूपम्

$$वम^२ = (१ - इ^२) (क^२ - भु^२) = \frac{लव्या^२}{वृव्या^२} (क^२ - भु^२)$$

अतः

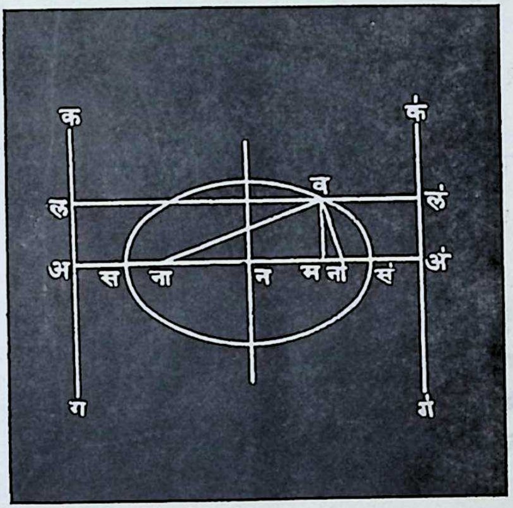
१०. बृहद्व्यासखण्डान्निजघ्नाद्विहीनात्
स्वदोर्वर्गमित्या पदेनाहतं तत्।
लघुव्यासमाप्तं बृहद्व्यासमित्या
भवेत्कोटिमानं सदा दीर्घवृत्ते ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एतेनेदं चोपपन्नं भवति

११. बृहद्व्यासार्द्धजे वृत्ते भुजकोटिज्यका हि सा।
लघुव्यासे परिणता सैव कोटिमितिर्भवेत् ॥



चित्रम् ६

अत्र यदि क'ग' अक्षाद्वामपार्श्वे अर्थाद् भुजमितिऋणं स्यात् तदा पूर्वयुक्त्यैवात्रापि ना'अ' = प

∴ द्वावेवाक्षौ नाभिभ्यां तुल्यान्तरितौ भवतः

तथा यदि लघुव्यासरेखायां न मूलबिन्दुर्यस्माद्भुजप्रवृत्तिस्तदा

भु + नअ = भु + नस + अस = भु + क + फ = वल अतः

इ. भु + इक + इफ = नाव एवं

अ'न − नम = नस' + अ'स' − भु = क + फ − भु = वल' अतः

इ. क + इफ − इ. भु = ना'व ∴ २ इक + २ इ. फ = नाव + ना'व अथ च

इ, क, फ; च एते स्थिराङ्का एव, अत्र $फ = \frac{प}{इ+१}$ (द्र० (४) सू)

अतः

१२. नाभिगते ये रेखे परिधिस्थाद्बिन्दुतस्तयोर्योगः।
भवति सदा स्थिर एवमस्मिन्क्षेत्रे विचित्रं तत् ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding:

अथ

(६ क्षे) $फ = \frac{प}{इ + १}$ अतः फ. इत्यस्य स्थाने $\frac{प}{इ+१}$ अनेनोत्थापनेन

$२ इ क + \frac{२. इ. प}{इ + १} = नाव + नांव =$

वा, $२ इ क + \frac{२ इ प (१ - इ)}{१ - इ^२} = नाव + नांव = २ इक + \frac{२ इ प}{१ - इ^२}$

$\frac{इ \times २ इ प}{१ - इ^२}$ परन्तु $\frac{२ इ प}{१ - इ^२}$ = वृव्या = २ क [द्र० (५) सू]

$\therefore$ २ इक + २ क − २ इक = २ क = नाव + नांव

अतः

१३. [1]तद्दीर्घवृत्तस्य वृतिस्थबिन्दुतो
ये नाभिजाते किल रेखिके स्तः ।
तयोर्बृहद्व्याससमा युतिर्भवेत्
सदा विदेदं विदितं मदुक्तम् ॥

यदि

(१० सू) स्य समीकरणस्यास्य $\frac{२ अ}{२ क} \sqrt{क^२ - भु^२}$

इदं $\frac{२ अ}{२ क} \sqrt{(क + भु) (क - भु)}$ स्वरूपान्तरं स्यात्

तदा

क + भु = सम, क − भु = मसं [द्र० (६) क्षे]

अतः कोटिमानं

$वम = \frac{२ अ}{२ क} \sqrt{सम \times मसं}$ अनेन

कोटिज्ञानाय जातं प्रकारान्तरम्

---

१. सं । यद्वा पूर्वक्षेत्रावलोकनात्
नाव = इं बल, ना'व = इं वल'
$\therefore$ नाव + ना'व = इं वल + इं वल' = इ (वल + वल') = इ लल' = इ-अक्ष'
= सम्र' = वृव्या इत्युपपन्नम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१४. [1]ये च कोटेर्बृहद्व्यासखण्डे तयो-
र्घातमूलं लघुव्यासानिघ्नं भजेत् ।
तद्बृहद्व्यासमित्या समानं फलं
स्यात्पुरोक्तेन मानेन तेनामलम् ॥

अथ

(८ सू) $लव्या = वृव्या \sqrt{१ - इ}$

परन्तु

$$वृव्या = \frac{२ इ प}{१ - इ^२} \; [(५) सू]$$

$$\therefore \; लव्या = \frac{२ इ प \sqrt{१ - इ}}{१ \;\; इ} = \frac{२ इ प}{\sqrt{१ - इ}}$$

अतः

१५. नाभिमूलान्तरं द्विघ्नं समनिष्पत्तिसंहतम् ।
रूपनिष्पत्तिकृत्योश्च विशेषपदसंहृतम् ॥
लघुव्यासो भवेदत्र दीर्घवृत्तेऽन्य ीतितः ।
छात्रैरेतच्च संचिन्त्यं सर्वं बुद्ध्या विशेषतः ॥

इदमुपपन्नं भवति

$$वृव्या = \frac{२ इप}{१-इ^२}, \; लव्या = \frac{२इप}{\sqrt{१-इ^२}} \text{ तथा}$$

---

१. सं । तृतीयक्षेत्रावलोकनादिदं स्फुटं यत्

$$वम^२ = निव^२ - निम^२ = (निव + निम) (निव - निम)$$

$$वा, \; वम^२ = (इ\text{-}वल + निम) (इ\text{-}वल - निम)$$

$$= (इ\text{-}अम + निम) (इ\text{-}अम - निम)$$

$$= \{ इ (अस + सम) + (सम - सनि) \} \{ इ (अस' - स'म) (स'नि - स'म) \}$$

$$= (इ\text{-}अस + इ\text{-}सम + सम - इ - अस) (इअस'\text{-}इ\text{-}स'म\text{-}इ\text{-}स'अ + स'म)$$

$$= (इ\text{-}सम + सम) (स'म\text{-}इ\text{-}सम)$$

$$= सम \; (१ + इ) \; (१ - इ) \; (स'म) = (१ - इ^२) \; सम \; स'म$$

$$\therefore \frac{वम^२}{सम\text{-}स'म} = १ - इ^२$$ एवं यत्र कुत्रापि व विन्दुर्भवतु सर्वत्र इयमेव स्थितिः स्यात्

अथ यदि व विन्दुः लघुव्यासाग्रे भवेत्तदा

$$वम^२ = अ^२, \; सम\text{-}स'म = क^२$$

$$\therefore \frac{अ^२}{क^२} = \frac{वम^२}{सम\text{-}स'म} = १ - इ^२ \quad \therefore वम = \frac{अ\sqrt{सम\text{-}स'म}}{क} = \frac{२अ\sqrt{सम\text{-}स'म}}{२क}$$

इत्युपपन्नम् ।

२

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M

$$अस = \frac{प}{१+इ}, \quad सनि = \frac{इप}{१+इ} \left\{ द्र० (३) क्षे \right\}$$

यदि एषु समीकरणेषु इ = १ तदा

$$वृत्या = \frac{२ प}{०} = \infty \quad लव्या = \frac{२ प}{०} = \infty$$

$$अस = \frac{प}{२}, \quad सनि = \frac{प}{२} \quad अतः$$

१६. **निष्पत्तिसंज्ञं यदि रूपतुल्यं**
व्यासप्रमाणे नियते तदा न।

अथ यदि इ = ० तदा

वृव्या = ०, लव्या = ०

अस = प, सनि = ०

अतः

१७. **यदा च शून्येन समं तदा तु**
व्यासौ क्वचिच्छून्यमितौ विदोह्यौ ॥

[द्र० (६) क्षे]

$$अस = \frac{प}{१+इ}, \quad नास = \frac{इप}{१+इ}$$

$$वा, \quad अस = \frac{इ प (१ - इ)}{इ (१ + इ) (१ - इ)} = \frac{इ प (१ - इ)}{इ (१ - इ^२)}$$

परन्तु

$$\frac{इप}{१-इ^२} = \frac{१}{२} वृव्या = क \quad \therefore अस = \frac{क (१ - इ)}{इ}$$

$\therefore$ नास = क (१ − इ), नान = इक = नंान अत्र न विन्दुः = दीर्घवृत्तस्य केन्द्रम् ; अतः

१८. **बृहद्व्यासदलं निघ्नं समनिष्पत्तिसंज्ञया।**
नाभिकेन्द्रान्तरं तत् स्याद्दीर्घवृत्ते विचक्षणाः ॥

यदि ना'', न, स्थाने प्रगच्छेत् तदा

$$नंान = ० = नान, \; न स = क \; \therefore अ स = \frac{क}{इ}$$

$$वा \; नस + अस = अन = प = \frac{क (इ + १)}{इ}$$

$$वृव्या = \frac{२ इप}{१ - इ^२} = \frac{२ इप}{(१ - इ) (१ + इ)} = \frac{२क (इ + १)}{(१ - इ) (१ + इ)}$$

$$= \frac{(२ क)}{(१ - इ)} = २ क \because इक = ० \therefore इ = ०$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ

लव्या = २क $\sqrt{१ - इ^२}$ [द० (८) सू]

इ = ० अतः लव्या = २ क

तेन

१९. स्वदीर्घवृत्ते यदि केन्द्रनाभ्यन्तरं भवेच्छून्यमितं तदा तद् ।
वृत्तं भवेत्तत्र बुधैर्विधेये व्यासप्रमाणे विदिते समाने ॥

इदं सिद्धयति

अत्र वम^२ = $\frac{(२ अ)^२}{(२ क)}$ (क^२ – भु) [(द्र० १०) सू]

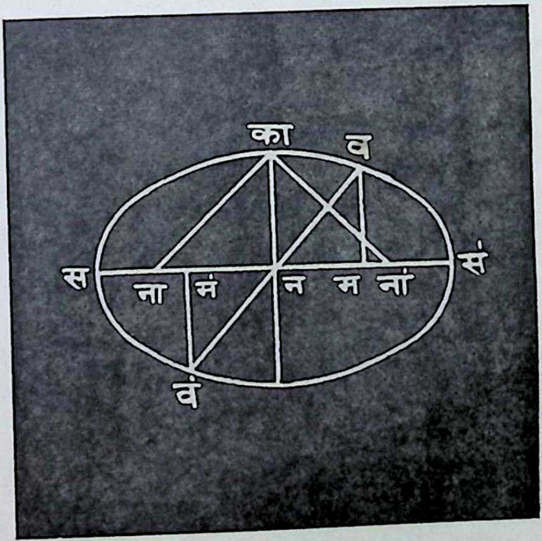
अतो बीजगणितेन वम = $\pm \frac{२ अ}{२ क}\sqrt{क^२ - भु^२}$

यदि भुजमानमृणं स्यात् तदा भु = नमं = नम

एवं कोटिमानमप्यृणं तदा को = वंमं = वम

ततो रेखागणितेन

नव=नवं तथा ह्येते द्वे रेखे चैकैव सरलायां रेखायां भविष्यतः । एवमेवात्र क्षेत्रे यावत्यः पूर्णज्या न बिन्दुगतास्तास्सर्वा न बिन्दौ द्विभक्ता भविष्यन्ति तस्मान्न बिन्दावेव दीर्घवृत्तस्य केन्द्रत्वं युक्तम् ।



चित्रम् ७

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ

नान = इ·क [द्र० (१८) सू०] अतः

नाका^{२} = नाका^{२} = नान^{२} + कान = इ^{२} क^{२} + कान^{२}

परन्तु कान^{२} = क^{२} (१ – इ^{२})……(८) सूत्रेण

∴ नाका^{२} = नांका = इ^{२}·क^{२} + क^{२} – इ^{२}·क^{२} = क^{२}

ततः

नाका = नाका = क

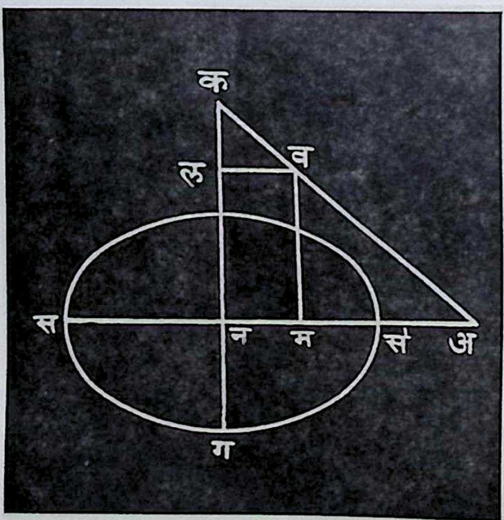
एतेन

२०. लघुव्यासाग्रगे रेखे नाभिभ्यां भवतः समे ।
बृहद्व्यासार्धतुल्ये च वेदितव्यमिदं विदा ॥

इदं सिद्धयति इतः प्रभृतिः लघुव्यासरेखैवाक्षो ज्ञेयः

अथ

२१. दीर्घवृत्तबहिःस्थान्तःस्था वाऽभीष्टा च रेखिका ।
या तत्स्थाद्बिन्दुतः कस्माल्लम्बौ यौ व्यासयोरिह ॥
भवतो भुजकोटी तौ तस्य बिन्दोस्तथा ब्रुवे ।
रेखास्थितस्य दोर्मानात्कोटिमानमिह स्फुटम् ॥



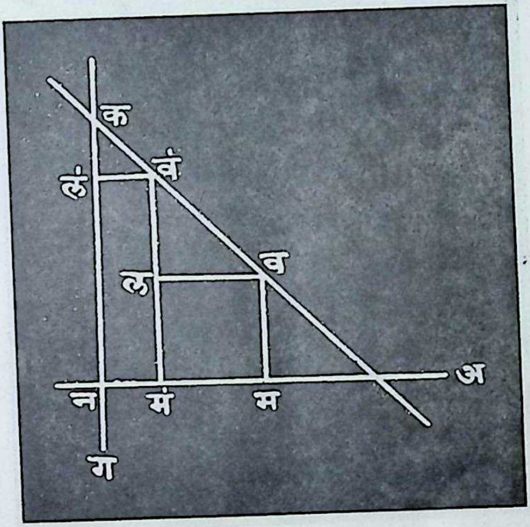
चित्रम् ८

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्र कोण <ल क व = म

तदा



चित्रम् ९

कल = $\frac{\text{वल म}}{\text{त्रिज्या}}$ (द्रष्टव्या ज्योत्पत्तिः)

अथैकबिन्दोर्भुजकोटिभ्यां परबिन्दोर्भुजज्ञाने तत्कोटिज्ञानायोपायः

मन = प्रभु, वम = प्रको

मंन = द्विभु, वंमं = द्विको

ततः

ममं = वल = मन − मंन = प्रभु − द्विभु

∴ वंल = $\frac{\text{कोज्य} < \text{लवंव (प्रभु-द्विभु)}}{\text{त्रिज्या}}$

परन्तु < लवंव = < लंकवं

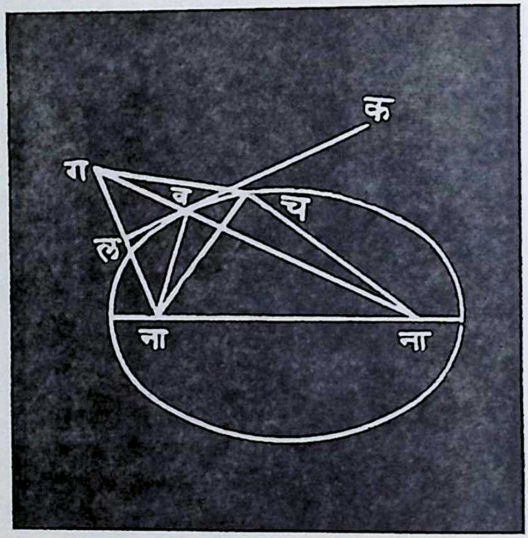
∴ वंल = $\frac{\text{म (प्रभु − द्विभु)}}{\text{त्रिज्या}}$, वंमं = प्रको + $\frac{\text{म (प्रभु − द्विभु)}}{\text{त्रिज्या}}$

एवं कोटिज्ञानं कार्यम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M

अथ दीर्घवृत्तस्य परिधिस्थबिन्दुतः स्पर्शरेखाकरणं प्रदर्श्यते, कल्प्येते दीर्घवृत्तस्य नाभि-प्रमाणे ना, नां संज्ञे, तथा व बिन्दुर्यस्मात्स्पर्शरेखाकरणमभीष्टम् । नांव रेखा वर्द्धनेन यो



चित्रम् १०

बहिरुत्पन्नकोणस्तस्य वक रेखया समानं भागद्वयं कर्त्तव्यं तदा वक रेखा व बिन्दौ स्पर्शरेखा भविष्यति ना बिन्दोर्वकरेखोपरि नाल लम्बः कर्त्तव्यः नाल, नांव रेखयोर्योगबिन्दुः ग तदा < नावल = < गवल अतः नाव = गव अपिच नांग = नाव + नांव = वृव्या (द्र० १३ सू०)

अथ चेद् वक रेखाया दीर्घवृत्तस्य च च बिन्दावपि योगस्तदा, पूर्वयुक्त्या नाच < चग अतः नांच + चग = वृव्या,

परन्तु नांच + चग > गनां वा > वृव्या, तस्मादिदं न सम्भवति, अतः कव रेखाया व बिन्दोरन्यत्र न कुत्रापि योगस्तदा स्पर्शरेखा, कव रेखा सिद्धा ।

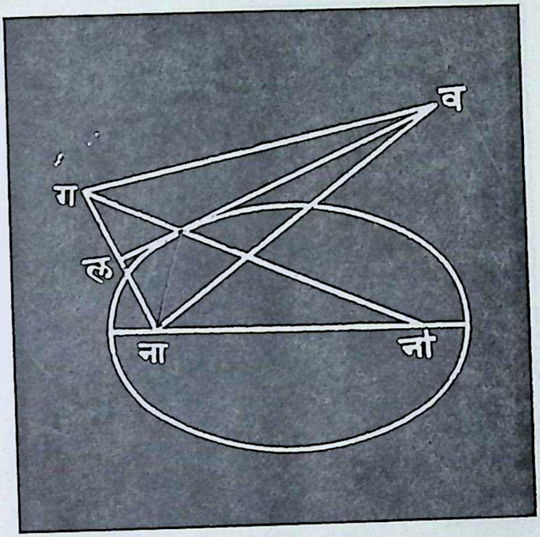
अतः सूत्रम्

२२. बिन्दौ नाभिगताभ्यां रेखाभ्यां यो बहिर्गतः कोणः ।
तस्य समद्विविभागं करोति या स्पर्शरेखा सा ॥

यदि दीर्घवृत्तस्य बहिः कुत्रापि विन्दुः स्याद्यस्मात्स्पर्शरेखा करणीया, तदा कल्प्यते पूर्वयुक्त्या वल स्पर्शरेखा व बिन्दुगताऽस्ति, अत्रापि नाल लम्बः कार्यः तथा नाल = गल तदा (२२ सूत्रेण) नांग = वृव्या, गव = नाव

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



चित्रम् ११

अतः

२३. निर्दिष्टबिन्दुकेन्द्राद्यद्वृत्तं स्यादेकनाभिगम् ।
यच्चान्यनाभिकेन्द्रात्स्याद्बृहद्व्यासत्रिजीवया ॥
तयोर्योगो भवेद्यत्र तस्माद्रेखाऽन्यनाभिगा ।
परिधौ यत्र संलग्ना तन्निर्दिष्टाख्यचिह्नयोः ॥
मध्ये रेखा भवेद्या सा स्पर्शरेखा भवेद् ध्रुवम् ।
निर्दिष्टबिन्दुतो दीर्घवृत्ते सुगमरीतितः ॥

अत्र वृत्तयोर्योगः स्थानद्वये भवति तेन कस्माच्चिदपि विन्दुतो दीर्घवृत्ते स्पर्शरेखाद्वयं भवितुमर्हतीति सिद्धम् ।

यदि कव स्पर्शरेखोपरि नाभिभ्यां नाल, नांलं लम्बौ कार्यौ गंल = नांलं, नाल = गल,

तदा < नागंनां = < म, तस्मात् नांग^2 – नांना^{2} = गंग^2 – गंना^{2}

परन्तु नांग = २नांज (द्र० २०) तथा नानां = २नांच,

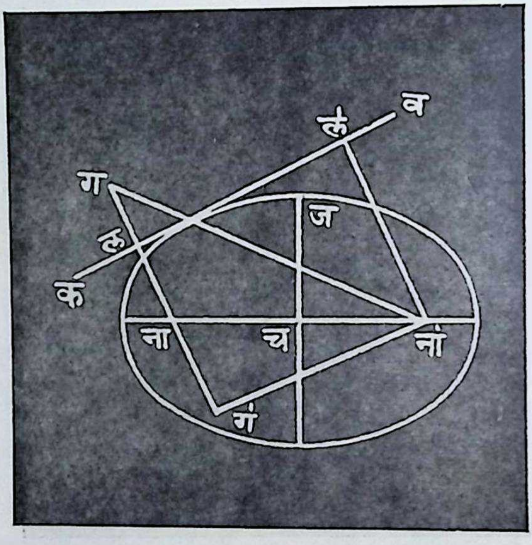
∴ ४नांज^2 – ४नांच^2 = गंग^2 – गंना^{2}, अथ ४नांज^2 – ४नांच = ४चज^2

∴ ४चज^2 = ४($\frac{1}{2}$ लव्या)^2 = गंग^2 – गंना^{2} =

(गंग + गंना^{2}) (गंग – गंना) परन्तु

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M



चित्रम् १२

गंग + गंना = गंल + गल + गंना = गंल + गंल = २नांलं

एवं गंग − गंना = २नाल, तेन ४ $(\frac{1}{2}$लव्या$)^2$ = ४नाल × नांलं

अतः $(\frac{1}{2}$ लव्या$)^2$ = नाल × नांलं

तस्मात् सूत्रम्

२४. **नाभिभ्यां यौ स्पर्शरेखोपरि स्तो**
लम्बौ घातो यस्तयोस्सर्वदैव ।
अल्पव्यासार्धस्य वर्गेण तुल्यो
विद्वान्बुध्वेत्यन्यसूत्रं विधेयम् ॥

यथा श्रीभास्कराचार्योक्तोदाहरणम्

वृक्षाद् हस्तशतोच्छ्रयाच्छतयुगे वापीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्याथ परो द्रुतं श्रुतिपथेनोड्डीय किञ्चिद् द्रुमात् ।
यातैवं समता तयोर्यदिगतावुड्डीनमानं कियद्
विद्वन् चेत्सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते क्षिप्रं तदाचक्ष्व मे ॥

अत्र, अक = ताउ, कग = सअं, अघ = रड्डी

अथ, अघ + गघ = अक + गक

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अतो यदि अ, ग कस्यापि दीर्घवृत्तस्य नाभिमाने भवेताम् तर्हि क, घ बिन्दू दीर्घवृत्तेऽवश्यमेवाभविष्यताम् ।

तदा, अक + कग = ताउ + सअं = वृव्या

वा, ताउ + सअं = २ ग ट अतः

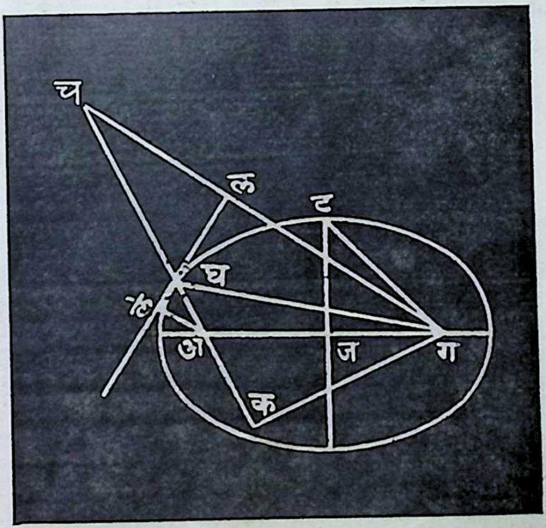
$$\frac{\text{ताउ}^2 + \text{सअं}^2 + २\ \text{ताउ सअं}}{४} = \text{गट}^2$$

एवं, $\text{अक}^2 + \text{कग}^2 = \text{ताउ}^2 + \text{सअं}^2 = \text{अग}^2$, $\therefore \frac{\text{ताउ}^2 + \text{सअं}^2}{४}$

$= \text{गज}^2$, ततो $\text{जट}^2 = \text{गट}^2 - \text{गज}^2$

वा $\text{जट}^2 = \frac{\text{ताउ. सअं}}{२} = (\frac{१}{२}\ \text{लव्या})^2$

अथ, घक रेखा, च पर्यन्तं वर्द्धनीया, यथा, घच = घग एवं गच रेखाया ल चिह्ने समानं भागद्वयं कृत्वा तत्र लल' लम्बः कार्यः। तदेयं रेखा स्पर्शरेखा भविष्यति घ चिह्ने, अस्या उपरि अ चिह्नाच्च अल' लम्बो विधेयः



चित्रम् १३

तदा $\text{अल'} \times \text{गल} = (\frac{१}{२}\ \text{लव्या})^2 = \frac{\text{ताउ. सअं}}{२} \therefore \text{अल'} = \frac{\text{ताउ. सअं}}{२\text{गल}}$

अथ $\angle$ग घ ल = $\angle$च घ ल = $\angle$अ घ ल', अतः ग घ ल त्रिभुजं अ घ ल' त्रिभुजं च, एते द्वे सजातीये

३

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तथा क ग च जात्यं ल घ च जात्यं च मिथः सजातीयम्,

$$\text{तदा घ च} = \frac{\text{ल च} \times \text{ग च}}{\text{क च}}$$, परन्तु ग च=२ ल च, तथा

$$\text{क च} = \text{अ च} + \text{अ क} = \text{ताउ} + \text{सअं} + \text{ताउ} = \text{२ ताउ} + \text{सअं}$$

$$\therefore \text{घ च} = \frac{\text{ल च}^2 \times \text{२}}{\text{२ ताउ} + \text{सअं}} = \text{ग घ}$$, त्रैराशिकेन

$$\text{अ घ} = \frac{\text{अ ल}' \times \text{ग घ}}{\text{ग ल}} = \frac{\text{अ ल}' \times \text{ल च}^2 \times \text{२}}{\text{ल च (२ ताउ} + \text{सअं)}}$$, परन्तु

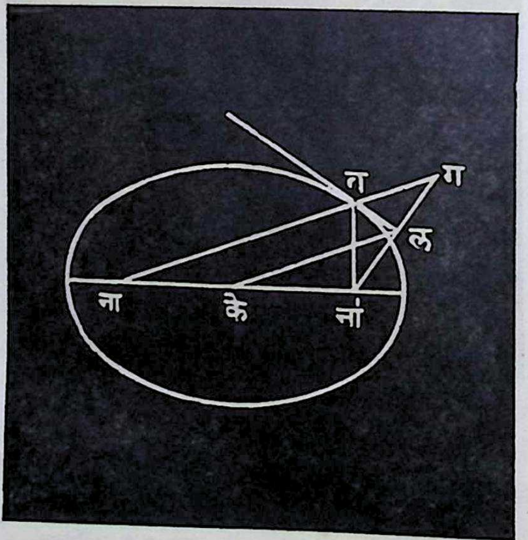
$$\text{अ ल}' = \frac{\text{ताउ} \times \text{सअं}}{\text{२ ल च}} \qquad \text{अतः अ घ} = \frac{\text{ताउ} \times \text{सअं}'}{\text{२ ताउ} + \text{सअं}}$$

एतेन

द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतं यत् सरोऽन्तरं तेन विभाजितायाः ।
तालोच्छ्रितेस्तालसरोऽन्तरघ्न्या उड्डीनमानं खलु लभ्यते तत् ।

इति श्रीभास्करोक्तमुपपन्नं भवति ।

कल्प्यते व, बिन्दुः वल स्पर्शरेखा ना, ना नाभिसंज्ञे, के, दीर्घवृत्तस्य केन्द्रम्, तदा पूर्वयुक्त्या नांल = गल, नाग=वृव्या, तथा केना = केनां अतो रेखागणितेन केल = $\frac{१}{२}$ वृव्या तथा नाव रेखा केल रेखायास्समानान्तरा भविष्यति



चित्रम् १४

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

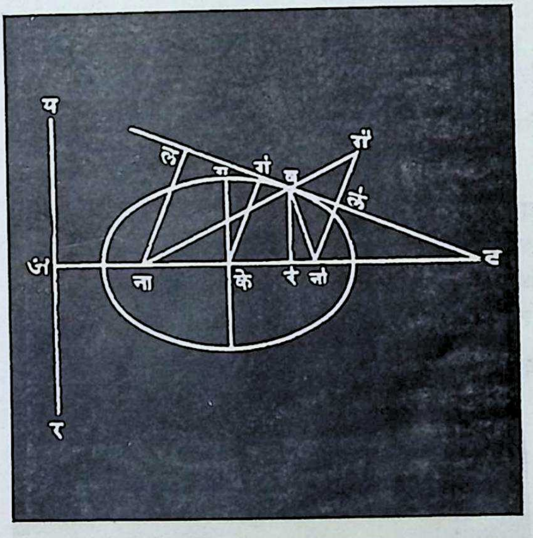
अनेन

२५. नाभिभ्यां यौ स्पर्शरेखोपरि स्तो लम्बौ कार्यें दीर्घवृत्तस्य केन्द्रम् ।
तन्मूलाभ्यां रेखिके ते च तुल्येऽनल्पव्यासार्धेन तुल्ये भवेताम् ॥

इत्युपपन्नं भवति ।

अत्र केग = ? लव्या, वर = व बिन्दोः कोटिः,

केर=केन्द्राद् भूजमानम्, यर=अक्षमानम्



चित्रम् १५

तदा $\frac{\text{नाग}}{\text{इ}} = \text{केअ} = \frac{\text{वृव्या}}{\text{२इ}}$

एवं $\frac{\text{नाव}}{\text{इ}} = \text{अर} \quad \therefore \quad \frac{\text{नाव} - \text{नाग}}{\text{इ}} = \text{अर} - \text{केअ} = \text{केर}$

अथ नावल त्रिभुजं नांवलं त्रिभुजस्य सजातीयम्,

अतः $\frac{\text{नांव}}{\text{नाव}} = \frac{\text{नांलं}}{\text{नाल}}, \quad \frac{\text{नांव} + \text{नाव}}{\text{नाव}} = \frac{\text{नांलं} + \text{नाल}}{\text{नाल}} = \frac{\text{वृव्या}}{\text{नाव}}$

वा $\frac{\frac{\text{नांलं}}{२} + \frac{\text{नाल}}{२}}{\text{नाल}} = \frac{\frac{१}{२}\text{वृव्या}}{\text{नाव}}$, परन्तु नाल, नांलं योगार्धतुल्यम् के बिन्दोः 'वल स्पर्शरेखोपरि यो लम्बस्तस्य मानम्,

अर्थात् केगं मानम्, अथ नाटल त्रिभुजं तु टकेगं त्रिभुजस्य सजातीयम् तेन (नाके + केट)

$\frac{\text{केगं}}{\text{नाल}} = \text{केट}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

परन्तु $\frac{\text{केग}}{\text{नाल}} = \frac{\frac{1}{2}\text{वृव्या}}{\text{नाव}}$ ∴ (नाके + केट) $\frac{\frac{1}{2}\text{वृव्या}}{\text{नाव}}$ = केट

वा नाके $\frac{1}{2}$ वृव्या + $\frac{1}{2}$ वृव्या, केट = नाव, केट

$\therefore$ केट = $\frac{\text{नाके } \frac{1}{2} \text{ वृव्या}}{\text{नाव} - \frac{1}{2} \text{ वृव्या}}$, अत्र नाके = $\frac{1}{2}$ वृव्या × इ

$\therefore$ केट = $\frac{(\frac{1}{2}\text{ वृव्या})^2 \text{ इ}}{\text{नाव} - \frac{1}{2}\text{ वृव्या}} = \frac{(\frac{1}{2}\text{वृव्या})^2}{\frac{\text{नाव} - \frac{1}{2}\text{वृव्या}}{\text{इ}}}$

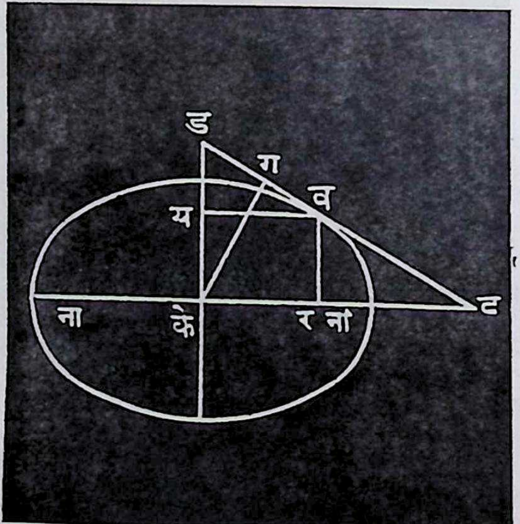
परन्तु $\frac{\text{नाव} \cdot \frac{1}{2} \text{ वृव्या}}{\text{इ}}$ = केर = भुज

$\therefore$ केट = $\frac{(\frac{1}{2} \text{ वृव्या})}{\text{केर}}$ $\therefore$ केर × केट = $(\frac{1}{2}\text{वृव्या})^2$

एतेन

२६. बृहद्व्यासस्पर्शरेखायोगात् केन्द्रावधिर्भवेत् ।
या रेखा दोस्तया निघ्नं फलं स्यात् सर्वदा स्थिरम् ॥
बृहद्विष्कम्भखण्डस्य वर्गेण सततं समम् ।
दीर्घवृत्ते बुधैश्चिन्त्यं मवुक्तं सर्वदा भृशम् ॥

अत्र केय = व बिन्दोः कोटिः, रट = केट − केर = $\frac{(\frac{1}{2}\text{वृव्या})^2 - \text{केर}^2}{\text{केर}}$



चित्रम् १६

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

परन्तु $\left(\frac{१}{२}\,\text{वृव्या}\right)^{२} - \text{केर}^{२} = \dfrac{\frac{१}{४}\,\text{वृव्या}^{२} - \text{केय}^{२}}{\frac{१}{४}\,\text{लव्या}^{२}}$,

अतः $\text{केड} = \dfrac{\text{केट} \times \text{रव}}{\text{रट}} = \dfrac{\text{केट} \times \text{केय}}{\text{रट}}$

वा, $\text{केड} = \dfrac{\left(\frac{१}{२}\text{वृव्या}\right)^{२}}{\text{केर}} \times \text{केय} \times \text{केर} \times \left(\frac{१}{२}\text{लव्या}\right)^{२} \div \left(\frac{१}{२}\text{वृव्या}\right)^{२} \times \text{केय}^{२}$ वा,

$\text{केड} = \dfrac{\left(\frac{१}{२}\text{लव्या}\right)^{२}}{\text{कय}}$ $\quad \therefore \text{केड} \times \text{केय} = \left(\frac{१}{२}\text{लव्या}\right)$

एतेन—

२७. **लघुव्यासस्पर्शरेखायोगात् केन्द्रावधिर्भवेत् ।**
या रेखा कोटिगुणिता वर्गोऽल्पव्यासखण्डजः ॥

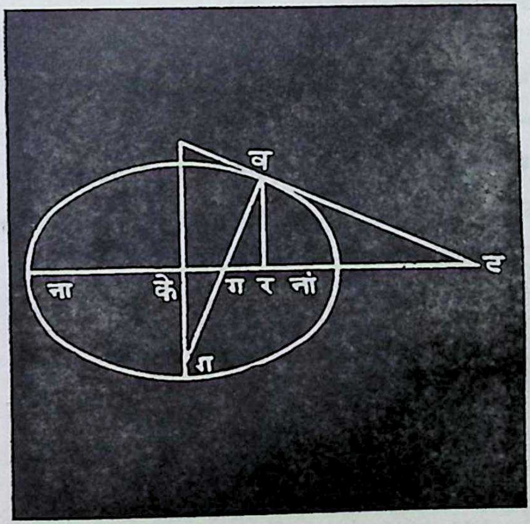
इत्युपपद्यते ।

२८. **यस्मिन् बिन्दौ स्पर्शरेखास्ति तस्माल्लम्बो यः स्यात् स्पर्शरेखोपरिष्ठः ।**
लग्नो यत्र व्यासयोस्तत्प्रमाणे विज्ञातव्ये वक्ष्यमाणप्रकारात् ॥

कल्प्यते व बिन्दोः वट रेखोपरि गंव लम्बः,

यस्य बृहल्लघुव्यासाभ्यां क्रमेण ग, गं बिन्दौ सम्पातः, तदा गवट त्रिभुजं जात्यं स्यात्,

अतो रेखागणितस्य षष्ठाध्यायेन,



चित्रम् १७

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

परन्तु $\frac{\text{केग}}{\text{नाल}} = \frac{\frac{1}{2}\text{वृव्या}}{\text{नाव}}$ ∴ $(\text{नाके}+\text{केट})\frac{\frac{1}{2}\text{वृव्या}}{\text{नाव}} = \text{केट}$

वा नाके $\frac{1}{2}$ वृव्या + $\frac{1}{2}$ वृव्या, केट = नाव, केट

$\therefore \text{केट} = \frac{\text{नाके}\ \frac{1}{2}\ \text{वृव्या}}{\text{नाव} - \frac{1}{2}\ \text{वृव्या}}$, अत्र नाके = $\frac{1}{2}$ वृव्या × इ

$$\therefore \quad \text{केट} = \frac{(\frac{1}{2}\ \text{वृव्या})^2\ \text{इ}}{\text{नाव} - \frac{1}{2}\ \text{वृव्या}} = \frac{(\frac{1}{2}\text{वृव्या})^2}{\frac{\text{नाव} - \frac{1}{2}\text{वृव्या}}{\text{इ}}}$$

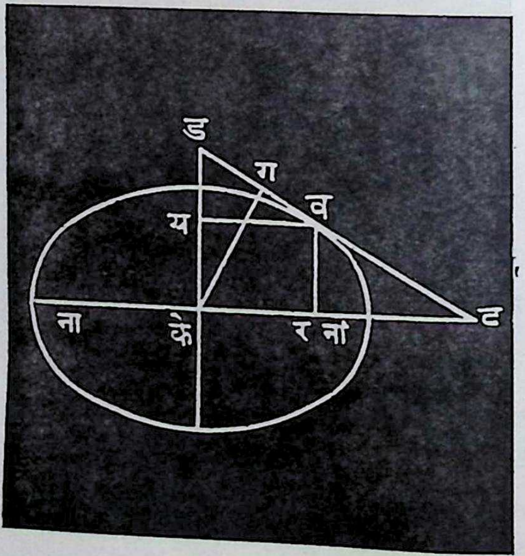
परन्तु $\frac{\text{नाव} - \frac{1}{2}\ \text{वृव्या}}{\text{इ}} = \text{केर} = \text{भुज}$

$\therefore \quad \text{केट} = \frac{(\frac{1}{2}\ \text{वृव्या})^2}{\text{केर}}$ ∴ केर × केट = $(\frac{1}{2}\text{वृव्या})^2$

एतेन

२६. बृहद्व्यासस्पर्शरेखायोगात् केन्द्रावधिर्भवेत् ।
या रेखा वोस्तया निघ्नं फलं स्यात् सर्वदा स्थिरम् ॥
बृहद्विष्कम्भखण्डस्य वर्गेण सततं समम् ।
दीर्घवृत्ते बुधैश्चिन्त्यं मवुक्तं सर्वदा भृशम् ॥

अत्र केय = व बिन्दोः कोटिः, रट = केट − केर = $\frac{(\frac{1}{2}\text{वृव्या})^2 - \text{केर}^2}{\text{केर}}$



चित्रम् १६

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

परन्तु $\left(\frac{1}{2}\text{ वृव्या}\right)^2 - \text{केर}^2 = \dfrac{\frac{1}{4}\text{ वृव्या}^2 - \text{केय}^2}{\frac{1}{4}\text{ लव्या}^2}$,

अतः $\text{केड} = \dfrac{\text{केट} \times \text{रव}}{\text{रट}} = \dfrac{\text{केट} \times \text{केय}}{\text{रट}}$

वा, $\text{केड} = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\text{वृव्या}\right)^2}{\text{केर}} \times \text{केय} \times \text{केर} \times \left(\frac{1}{2}\text{लव्या}\right)^2 \div \left(\frac{1}{2}\text{वृव्या}\right)^2 \times \text{केय}^2$ वा,

$\text{केड} = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\text{लव्या}\right)^2}{\text{कय}}$ $\quad \therefore \text{केड} \times \text{केय} = \left(\frac{1}{2}\text{लव्या}\right)$

एतेन—

२७. **लघुव्यासस्पर्शरेखायोगात् केन्द्रावधिर्भवेत् ।**
याःरेखा कोटिगुणिता वर्गोऽल्पव्यासखण्डजः ॥

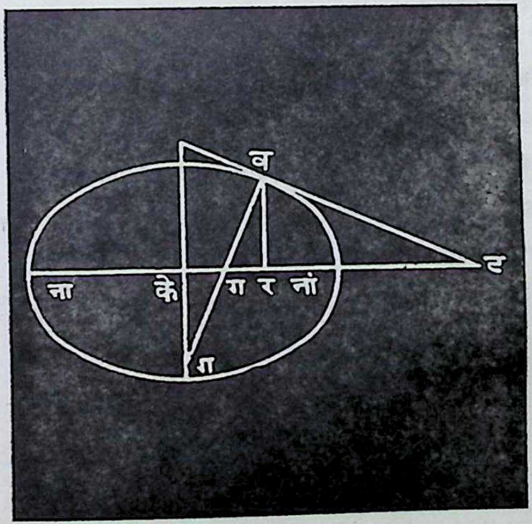
इत्युपपद्यते ।

२८. **यस्मिन् बिन्दौ स्पर्शरेखास्ति तस्माल्लम्बो यः स्यात् स्पर्शरेखोपरिष्ठः ।**
लग्नो यत्र व्यासयोस्तत्प्रमाणे विज्ञातव्ये वक्ष्यमाणप्रकारात् ॥

कल्प्यते व बिन्दोः वट रेखोपरि गंव लम्बः,

यस्य बृहल्लघुव्यासाभ्यां क्रमेण ग, गं बिन्दौ सम्पातः, तदा गवट त्रिभुजं जात्यं स्यात्,

अतो रेखागणितस्य षष्ठाध्यायेन,



चित्रम् १७

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M

$$\text{गर} = \frac{\text{वर}^2}{\text{रट}}, \text{ परन्तु } \text{वर}^2 = \frac{\frac{1}{4}\text{लव्या}^2 \left(\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{केर}^2\right)}{\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2},$$

$$\text{रट} = \frac{\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{केर}^2}{\text{केर}} \text{ अतः}$$

$$\text{गर} = \frac{\text{केर} \times \text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2}, \text{ केर } (1 - \text{इ}^2) \text{ यतः } \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2} = 1 - \text{इ}^2$$

ततः $\text{केग} = \text{केर} - \text{गर} = \text{इ}^2\text{–केर}$

$$\text{एवं } \text{केगं} = \frac{\text{वर} \times \text{केग}}{\text{गर}} = \frac{\text{वर} \times \text{केर-इ}^2}{(1 - \text{इ}^2)\text{ केर}} = \frac{\text{वर} \times \text{इ}^2}{1 - \text{इ}^2}$$

अतः—

२९. **निष्पत्तिवर्गेण हता स्वदोर्मितिः कोटिश्च भक्ता क्रमशः पृथिव्या ।**
निष्पत्तिवर्गोनभुवेह लब्धी बृहल्लघुव्यासजयोगमाने ॥

(२८ सूत्रे, $\text{वग}^2 = \text{गर}^2 + \text{वर}^2$,

$$\text{परन्तु } \text{गर} = \text{केर } (1 - \text{इ}^2), \text{ वर}^2 = \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2}\left(\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{भु}^2\right)$$

$$= (1 - \text{इ}^2)\left(\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{केर}^2\right)$$

$$\therefore \text{वग}^2 = (1 - \text{इ}^2)\left(\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{केर} + \text{केर}^2 - \text{इ}^2.\text{केर}^2\right)$$

$$= (1 - \text{इ}^2)\left(\frac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{इ}^2.\text{केर}^2\right)$$

$$= (1 - \text{इ}^2)\left(\frac{1}{2}\text{वृव्या} + \text{इ}.\text{केर}\right)\left(\frac{1}{2}\text{वृव्या} - \text{इ}.\text{केर}\right)$$

अथ च, $\left(\frac{1}{2}\text{वृव्या} + \text{इ}.\text{केर}\right) = \text{नाव}$

$\left(\frac{1}{2}\text{वृव्या} - \text{इ}.\text{केर}\right) = \text{नांव}$

$\therefore \text{वग}^2 = (1 - \text{इ}^2)\text{ नाव-नांव}$

अनेन—

३०. **नाभिभ्यां ये रेखिके बिन्दुयाते तद्घातोऽल्पव्यासवर्गघ्न आप्तः ।**
कृत्याऽनल्पव्याससंज्ञस्य वर्गः स्यात् तद्बिन्दोर्योगबिन्द्वन्तरस्य ॥

अस्योपपत्तिर्भवति । एवमेव—

$$\frac{\text{केग}}{\text{गर}} = \frac{\text{गगं}}{\text{वग}} \therefore \frac{\text{केग} + \text{गर}}{\text{गर}} = \frac{\text{गगं} + \text{वग}}{\text{वग}} = \frac{\text{केर}}{\text{गर}} = \frac{\text{वगं}}{\text{वग}}$$

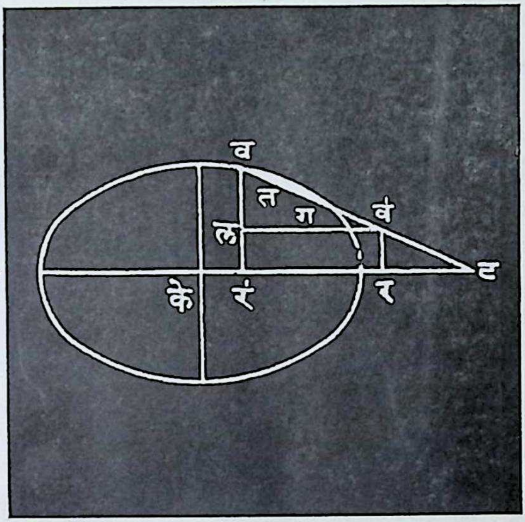
$$\therefore \text{वगं} = \frac{\text{केर}.\text{वग}}{\text{गर}} = \frac{\text{वग}}{1 - \text{इ}^2} \quad \therefore \text{वगं}^2 = \frac{\text{वग}^2}{(1 - \text{इ}^2)^2} = \frac{\text{नाव नांव}}{1 - \text{इ}^2}$$

अनेनेदं सिध्यति—

३१. **नाभिभ्यां बिन्दुगतयो रेखयोर्यो वधो भवेत् ।**
निष्पत्तिवर्गहीनेन्दुभक्तोऽभीष्टा कृतिर्भवेत् ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



चित्रम् १८

कल्प्येते वव′ रेखाया व′ बिन्दोर्भुजकोटिमाने क्रमेण भु = केर, को = व′र, तथा व बिन्दोः भु′ = केर′, को′ = वर′

व′ल रेखा केट रेखायास्समानान्तरा कार्या, तदा ∠वव′ल = ∠वटर′ = अ,

∴ वल ज्याअ. ववं, ततः वरं = को × ज्याअ. ववं ।

एवं वंल = कोज्याअ·ववं, ततः केरं = भु − कोज्याअ. ववं अत्र त्रिज्या रूपमिता ग्राह्या),

$$\text{परन्तु वरं} = \frac{\text{लव्या}}{\text{वृव्या}}\sqrt{\tfrac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - \text{केरं}^2}$$ यतोऽयं बिन्दुर्दीर्घवृत्तपरिधिगतः,

$$\text{अतः को} + \text{ज्याअ}\cdot\text{र} = \frac{\text{लव्या}}{\text{वृव्या}}\sqrt{\tfrac{1}{4}\text{वृव्या}^2 - (\text{भु} - \text{कोज्याअ र})^2}$$ (अत्र, वंव = र)

पक्षयोर्वर्गेण

$$\text{को}^2 + 2\ \text{को} \times \text{ज्याअ. र} + \text{ज्या}^2\text{अ र}^2 =$$

$$\tfrac{1}{4}\text{लव्या}^2 - \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2}\cdot\text{भु}^2 - \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2} \times \text{कोज्या}^2\text{अ. र}^2$$

$$+ \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2} \times 2\ \text{भु. कोज्याअ र}$$, पक्षान्तरेण

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M

$$र^2 (ज्या अ^2 + कोज्या^2 अ - इ^2 . कोज्या^2 अ) +$$
$$2र (को \times ज्याअ - भु. कोज्याअ + इ^2 . भु. कोज्याअ) =$$
$$\frac{1}{4} लव्या^2 - \frac{लव्या^2}{वृव्या^2} . भु^2 - को^2$$

अनेन वर्गसमीकरणेन र मानं सुबोधम्, यदि वग रेखा दीर्घवृत्तस्य पूर्णज्या स्यात्। तथाऽस्यास्समद्विभागः त बिन्दौ भवेत्, त बिन्दोर्भुजकोटिमाने च भु को स्याताम्, तदा पूर्वोक्तवर्गसमीकरणेन र मानं भविष्यति व्यक्तम्, परन्तु यद् र मानं द्विविधं भवति तदत्र दिग्वैपरीत्येन समानमेव[1]।

अथ च र मानं दिग्वैपरीत्येन तदैव समानं स्यात्, यदा पूर्वोक्तसमीकरणे र, अस्य गुणकः शून्येन समः स्यात्,

अतः $को \times ज्याअ - भु. कोज्याअ + इ^2. भु.कोज्याअ = 0$ पक्षान्तरानयनेन

$$को \times ज्याअ = कोज्याअ \times भु. (1 - इ^2) \therefore को = \frac{कोज्याअ \times भु}{ज्याअ} (1 - इ^2)$$

$$= कोस्पअ \times भु \ (1 - इ^2) \text{ एवमेव}$$

यदि वग पूर्णज्यायास्समानान्तरा अन्या पूर्णज्या स्यात्, तदा पूर्वयुक्त्या अस्याः कोटिः $= कोस्पअ \times द्विभु (1 - इ^2)$ अतः

$$\frac{प्रको}{द्विको} = \frac{प्रभु}{द्विभु} \text{ एवं यदि ततोऽपरापि स्यात्}$$

$$\text{तदा } \frac{प्रको}{अको} = \frac{प्रभु}{अभु}$$

[2]अनेनेदं सिध्यति यत् सर्वासां समानान्तरपूर्णज्यानां समानद्विभागकारिणी रेखा केन्द्रगतैव भवति,

---

१. सं०। अत्र र = वत वा गत यतः त वग रेखायाः मध्यबिन्दुस्तेन वत = गत अतो मानद्वयं समानम्। परञ्च वत धनमानं गत दिग्वैपरीत्याद् ऋणम्।

र इत्यस्य गुणको यदा शून्येन समस्तदा तत्खण्डमेव शून्यसमम्, अतः प्रथमपक्षे $र^2$ स्वगुणकेन गुणित एवावशिष्टः, अतस्तेन गुणकेन पक्षौ विभज्य यदि मूलं नीयते, तदा केवलमवशिष्टस्य र वर्गस्य मूलम् $\pm$ र, अतस्तदा र इत्यस्य द्विविधं समानं मानम्, एकं धनात्मकमन्यच्च ऋणात्मकम्, अत एव मध्यमखण्डगुणकः शून्यसम एव स्वीकृतो भवति।

२. वग पूर्णज्यायाः मध्यबिन्दुमिष्टबिन्दुं कल्पयित्वा भुजकोटी साधिते पुनस्तत्समानान्तरपूर्णज्यायाः मध्यबिन्दुमिष्टबिन्दुं कल्पयित्वा भुजकोटी साधिते, तदा तयोर्भुजयोः सम्बन्धस्तदीयकोटयोः सम्बन्धेन तुल्यः संवृत्तः, परञ्चैतादृशस्य तुल्यसम्बन्धस्य तदैव निर्वाहो यदा केन्द्रात् प्रथमभुजाग्रगा रेखा अन्यभुजाग्रगा भवेत्, तेन केन्द्रतः प्रथमपूर्णज्यार्धबिन्दुगता रेखा एव अन्यपूर्णज्यार्धबिन्दुगता सिद्धा। अतः समानान्तरपूर्णज्यानामर्धकारिणी एका केन्द्रगतैव रेखा सिद्धेत्युपपन्नं सर्वम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अस्मात् प्रकारात् पूर्णज्याधंबिन्दोर्भुजात् तत्कोटिज्ञानाय सूत्रम्—

३२. पूर्णज्यकाबृहद्व्यासयोगकोणोद्भवा ध्रुवा ।
कोटिस्पर्शाभिधा रेखा कोटिज्ञानाय वा इह ॥
निष्पत्तिवर्गोनशशाङ्कदोर्हति-ध्रुवेण निघ्नी किल कोटिमानम् ।
पूर्णज्यकाया दलबिन्दुजातं स्याद् दीर्घवृत्तस्य भुजप्रमाणात् ॥

पूर्वयुक्त्या

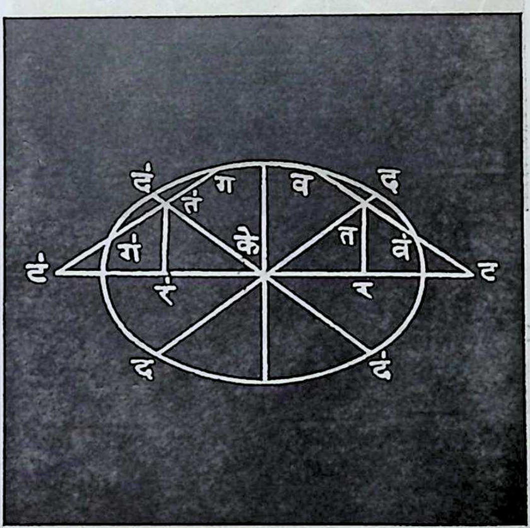
$\text{तर} = \text{ध्रु} \times \text{भु} (१ - \text{इ}^{२})$

$\therefore \frac{\text{तर}}{\text{भु}} = \text{ध्रु} (१ - \text{इ}^{२})$

वा, $\text{स्प} > \text{तकेर} = \text{ध्रु} (१ - \text{इ}^{२})$ ततः $\frac{\text{स्व} < \text{तकेर}}{\text{कोस्प} > \text{वटर}} = १ - \text{इ}^{२}$

अथ गगं पूर्णज्या केत रेखायास्समानान्तरा कार्या,

तदा $\text{तंरं} = \text{कोस्प} < \text{गटंके} \times \text{केरं} (१ - \text{इ}^{२})$ अतः



चित्रम् १९

$\frac{\text{तंरं}}{\text{केरं}} = \text{कोस्प} < \text{तकेर} (१ - \text{इ}^{२})$ यतः $< \text{गटंके} = < \text{तकेर}$

$\therefore \text{स्प} < \text{तंकेरं} = \text{कोस्प} < \text{तकेर} (१ - \text{इ}^{२})$

वा, $\frac{१}{\text{कोस्प} < \text{तकेर}} = \frac{१ - \text{इ}^{२}}{\text{स्प} < \text{तकेर}}$ परन्तु,

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

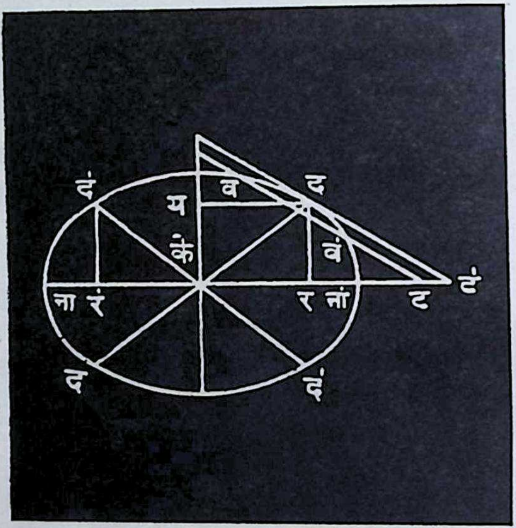
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\frac{१}{\text{कोस्प} < \text{तकेर}} = \text{स्प} < \text{तकेर}, \quad \frac{१}{\text{स्प} < \text{तकेर}} \text{कोस्प} < \text{तकेरं},$$

अतः

$\text{स्प} < \text{तकेर} = \text{कोस्प} < \text{तंकेरं}\ (१ - \text{इ}^२)$

परन्तु पूर्वं $\text{स्प} < \text{तकेर} = \text{कोस्प} < \text{वटर}\ (१ - \text{इ}^२)$ इति सिद्धम् ।



चित्रम् १०

अस्मात्

$\text{कोस्प} < \text{तंकेरं}\ (१ - \text{इ}^२) = \text{कोस्प} < \text{वटर}\ (१ - \text{इ}^२)$

$\therefore \text{कोस्प} < \text{तंकेरं} = \text{कोस्प} < \text{वटर}$

$\therefore < \text{तंकेरं} = \text{वटर}$

अनेन,

ववं पूर्णज्या कंतं रेखायास्समानान्तराऽस्तीति सिध्यति, वा दंदं पूर्णज्या, ववं पूर्णज्या समान्तरा तथा गगं पूर्णज्या समान्तरा दद पूर्णज्याऽस्तीत्यपि सिद्धिमेति ।

एते केन्द्रगवे दद, दंदं पूर्णज्ये मिथस्समानान्तरपूर्णज्यार्धकारिण्यो (संबद्धपूर्णज्ये) इति नव्या व्यवहरन्ति ।

कल्प्येते दद, दंदं, संबद्धपूर्णज्ये तथा दर = र, केर = य, दंरं = रं, केरं = यं

तदा पूर्वयुक्त्या

$$\frac{\text{दर}}{\text{केर}\ (१ - \text{इ}^२)} = \text{कोस्प} < \text{वटर} = \text{कोस्प} < \text{दंकेरं}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\therefore \frac{\text{र}}{\text{य}(\text{१} - \text{इ}^2)} = \text{को}<\text{दंकेरं} = \frac{\text{केरं}}{\text{दंर}} = \frac{\text{यं}}{\text{रं}}$$

तेन, $\frac{\text{र}}{\text{य}(\text{१} - \text{इ}^2)} = \frac{\text{यं}}{\text{रं}}$ वा, $\frac{\text{य}(\text{१} - \text{इ}^2)}{\text{र}} = \frac{\text{रं}}{\text{यं}}$ ततः,

$\text{रं} = \frac{\text{यं}.\ \text{य}(\text{१} - \text{इ}^2)}{\text{र}}$ परन्तु दं बिन्दुर्दीर्घवृत्तपरिधिगतः,

अतः

$$\text{रं}^2 = \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2}\left(\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{वृव्या}^2 - \text{यं}^2\right) = (\text{१} - \text{इ}^2)\left(\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{वृव्या}^2 - \text{यं}^2\right)$$

$$\therefore \text{यं}^2.\ \text{य}^2(\text{१} - \text{इ}^2) = \text{र}^2(\text{१} - \text{इ}^2)\left(\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{वृव्या}^2 - \text{यं}^2\right)$$

वा, $\text{यं}^2\ \text{य}^2 - \text{इ}^2\ \text{यं}^2.\ \text{य}^2 = \tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{र}^2.\ \text{वृव्या}^2 - \text{र}^2.\ \text{यं}^2$

पक्षान्तरानयनेन, $\text{यं}^2(\text{य}^2 + \text{र}^2 - \text{इ}^2.\ \text{य}^2) = \tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{र}^2.\ \text{वृव्या}^2$

$\therefore \text{यं}^2 = \frac{\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{र}^2.\ \text{वृव्या}^2}{\text{य}^2 + \text{र}^2 - \text{इ}^2.\ \text{य}^2}$ परन्तु $\text{र}^2 = \frac{\text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2}\left(\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{वृव्या}^2 - \text{य}^2\right)$

वा, $\text{र}^2 = \tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{लव्या}^2 - \text{य}^2(\text{१} - \text{इ}^2) = \tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{लव्या}^2 - \text{य}^2 + \text{इ}^2.\ \text{य}^2$

$\therefore \text{य}^2 + \text{र}^2 - \text{इ}^2.\ \text{य}^2 = \tfrac{\text{१}}{\text{४}}\,\text{लव्या}^2$ ततः

$\text{यं}^2 = \frac{\text{र}^2.\ \text{वृव्या}^2}{\text{लव्या}^2} \therefore \text{यं} = \pm\frac{\text{र}.\ \text{वृव्या}}{\text{लव्या}}$ उत्थापनेन

$$\text{रं} = \frac{\text{य}.\ \text{वृव्या}(\text{१} - \text{इ}^2)}{\text{लव्या}} = \frac{\text{य}.\ \text{वृव्या}\sqrt{\text{१} - \text{इ}^2} \times \sqrt{\text{१} - \text{इ}^2}}{\text{लव्या} \times \text{वृव्या}} \times \text{वृव्या}$$

$$\text{रं} = \frac{\text{य}.\ \text{लव्या}}{\text{वृव्या}}$$

अस्मात् सूत्रावतारः—

३३. एकस्या यौ कोटिबाहू हृतौ तावल्पानल्पव्यासमित्या क्रमेण ।
व्यासाभ्यां चाऽनल्पसंज्ञाऽल्पकाभ्यां गुण्यौ ते स्तो बाहुकोटी परस्याः ॥

पूर्वयुक्त्या, $\text{रटं} = \frac{\text{वृव्या}^2.\ \text{केय}^2}{\text{लव्या}^2\ \text{केर}}$ (द्र. २७ सू.)

तदा, $\text{कोस्प}<\text{दटंर} = \frac{\text{वृव्या}^2\ \text{केय}^2}{\text{लव्या}^2\ \text{केर}}\text{केर} = \frac{\text{लव्या}^2.\ \text{केर}.\ \text{कोस्प}<\text{टं}}{\text{वृव्या}^2}$

वा, $\text{केय} = (\text{१} - \text{इ}^2).\ \text{केर}.\ \text{कोस्प}<\text{टं}$

परन्तु पूर्वसूत्रयुक्त्या

$\text{केय} = (\text{१} - \text{इ}^2)\ \text{केर}.\ \text{कोस्प}<\text{ट}$

$\therefore (\text{१} - \text{इ}^2)\ \text{केर}.\ \text{कोस्प}<\text{ट} = (\text{१} - \text{इ}^2)\ \text{केर}.\ \text{कोस्प}<\text{टं}$

ततः $\text{कोस्प}<\text{ट} = \text{कोस्प}<\text{टं} \quad \therefore <\text{ट} = <\text{टं}$

एतेन—

३४. मिथःसक्तपूर्णज्यकाऽग्राच्च रेखा समानान्तरा याऽन्यपूर्णज्यकायाः ।
भवेत् स्पर्शरेखा सदा दीर्घवृत्ते बुधैर्दीर्घवृत्तप्रवीणैर्विचिन्त्या ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इत्युपपद्यते ।

(द्र० ३३ सू)।

$$\text{केदं}^2 + \text{केद}^2 = \text{केर}^2 + \text{दंर}^2 + \text{केर}^2 + \text{दर}^2$$

$$= \frac{\text{र}^2 . \text{वृव्या}^2}{\text{लव्या}^2} + \frac{\text{य}^2 \, \text{लव्या}^2}{\text{वृव्या}^2} + \text{य}^2 + \text{र}^2$$

$$= \frac{\text{र}^2 \left(\text{वृव्या}^2 + \text{लव्या}^2 \right)}{\text{लव्या}^2} + \frac{\text{य}^2 \left(\text{वृव्या}^2 + \text{लव्या}^2 \right)}{\text{वृव्या}^2}$$

$$= \left(\text{वृव्या}^2 + \text{लव्या}^2 \right) \left\{ \frac{\text{र}^2}{\text{लव्या}^2} + \frac{\text{य}^2}{\text{वृव्या}^2} \right\}$$

$$= \left(\text{वृव्या}^2 + \text{लव्या}^2 \right) \left\{ \frac{\text{र}^2 . \text{वृव्या}^2}{\text{लव्या}^2 . \text{वृव्या}^2} + \frac{\text{य}^2}{\text{वृव्या}} \right\}$$

$$= \left(\text{वृव्या}^2 + \text{लव्या} \right) \left\{ \frac{\frac{1}{4} \text{वृव्या}^2 - \text{य}^2}{\text{वृव्या}^2} + \frac{\text{य}^2}{\text{वृव्या}^2} \right\}$$

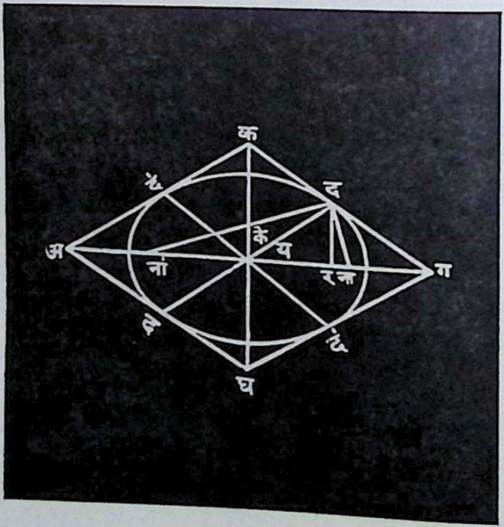
$$= \left(\text{वृव्या}^2 + \text{लव्या}^2 \right) \times \frac{1}{4}$$

अतः

३५. विष्कम्भमानोद्भववर्गयोगो यस्तत्समं स्यात् सततं स्थिरञ्च ।
तत्पूर्णमौर्व्योः कृतियोगमानमन्यो विशेषस्तत एव चिन्त्यः ॥

इति भवति ।

कल्प्येते द द, दं दं संबद्धपूर्णज्ये तदा पूर्वलिखितयुक्त्या



चित्रम् २१

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दं दं पूर्णज्या समानान्तरा क ग रेखा, अ घ रेखा चास्ति, एवं द द समानान्तरा, क अ, ग घ चास्ति, अतः

अकगघ समानान्तरं चतुर्भुजं भवति,

तथा, केदं = केदं = कद = गद

अतः कदकेदं चतुर्भुजं. अकगघ चतुर्भुजस्य चतुर्थांशसमं, तदा पूर्वयुक्त्या

$$केदं^2 = \frac{1}{4}वृव्या^2 + \frac{1}{4}लव्या^2 - य^2 - र^2$$

$$= \frac{1}{4}वृव्या^2 + \frac{1}{4}लव्या^2 - य^2 - \frac{\frac{1}{4}लव्या^2}{\frac{1}{4}लव्या^2}\left(\frac{1}{4}वृव्या^2 - य\right)$$

$$= \frac{1}{4}वृव्या^2 + \frac{1}{4}लव्या^2 - य^2 - \frac{1}{4}लव्या^2 + \frac{\frac{1}{4}लव्या^2}{\frac{1}{4}वृव्या^2}य^2$$

$$= \frac{1}{4}वृव्या^2 - य^2 + य^2 - इ^2 . य^2 = \frac{1}{4}वृव्या^2 - इ^2 य^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}वृव्या - इ.य\right)\left(\frac{1}{2}वृव्या + इ.य\right) = नाद \times नांद$$

अनेन

३६. **पूर्णज्याग्राग्राभियाते च रेखे ये तद्घातान्मूलमान भवेत् तत्।**
अन्यस्या वै पूर्णमौर्व्या दलस्य मानं ज्ञेयं धीमता तद्विदैव॥

इत्युपपन्नं भवति।

अतः

$$केदं \sqrt{नाद \times नांद}$$

नां बिन्दोः कग रेखोपरि यो लम्बः = ल

तथा ना बिन्दोः कग रेखोपरि यो लम्बः = लं

एवं के बिन्दोः कग रेखोपरि यो लम्बः = ल'',

$$तदा \;\; लं = \frac{ल \times नाद}{नांद} \quad \therefore ल'' = \frac{ल\,(नांद + नाद)}{२\,नांद}$$

$$वा, \; ल'' = \frac{ल \times वृव्या}{२\,नांद}$$

$$परन्तु \;\; \frac{\frac{1}{4}लव्या^2}{ल} = लं \quad \therefore \frac{\frac{1}{4}लव्या^2}{ल} = \frac{ल \times नाद}{ना'द}$$

$$वा, \;\; \frac{1}{4}लव्या^2 = ल^2\frac{नाद}{नांद} \quad \therefore ल = \frac{1}{2}लव्या\sqrt{\frac{नांद}{नाद}}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: M...

अत उत्थापनेन

$$ल'' = \frac{\frac{१}{२}लव्या \times वृव्या \sqrt{ना'द}}{२ ना'द\sqrt{नाद}} = \frac{लव्या \times वृव्या}{४\sqrt{ना'द}\sqrt{नाद}}$$

$$= \frac{लव्या . वृव्या}{४\sqrt{ना'द . नाद}}$$

ततः कदकेदं चतुर्भुजफलम् = केदं $\times$ ल''

$$= \sqrt{नाद \times ना'द} \times \frac{लव्या \times वृव्या}{४\sqrt{ना'द \times नाद}} = \frac{लव्या \times वृव्या}{४}$$

एतेन—

३७. मिथः सक्तपूर्णज्यकाप्रान्त्ययाता भवेयुर्हि या स्पर्शरेखाश्च ताभिः।
चतुःकोणसंज्ञं फलं तत्स्थिरं स्यात् सदा व्यासघातेन तुल्यं च विद्वन् ॥

इत्युपपन्नम् ।

केग = इ'. केर (द्र० २८ सूत्रं) अथ गव रेखायां कुत्रचिद् बिन्दुः वं कार्यस्तस्माद् वृहद्-व्यासोपरि लम्बो विधेयः, तन्मूलबिन्दुस्तु ल, कल्प्यः, तदा

$$वंल = \frac{वर \times गल}{गर}$$, अत्र वर = रं, केर = यं, गर = यं − इ^२ यं

वंल = र, केल = य, तदा

$$र = \frac{रं (य - इ'. यं)}{य' - इ^२ य'}$$

अथ दीर्घवृत्ते तत्परिधावन्यो बिन्दुः कार्यः, यस्मात् स्पर्शरेखा कार्या, तथा तत्स्पर्श-रेखोपरि तस्माद् बिन्दोर्लम्बः कार्यः, तदा यदि तल्लम्बे कस्मादपि बिन्दोर्भुजकोटी यं', रं' कल्प्ये, तर्हि पूर्वयुक्त्या

$$रं' = \frac{रं'' \ (य'' - इ^२. यं'')}{य''' - इ^२. य''}$$ एवं भविष्यति ।

अत्र यं'' = नवीनबिन्दुभुजः,

रं'' = नवीनबिन्दुकोटिः ।

अथैतयोर्लम्बयोर्योगबिन्दोर्भुजकोटी समाने भवतः, अतस्तदा

$$\frac{रं'' \ (य - इ^२. यं'')}{य''' - इ^२. य'''} = \frac{रं \ (य - इ^२. यं)}{य' - इ^२. य'}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

छेदगमेन, $र''' . य . य' - इ^{२} . र''' य''' . य' - इ^{२} . र''' . य . य' +$

$इ^{४} . र''' . य''' . य' = र' य . य''' - इ' . र' . य' . य''' - इ^{२} . र' . य . य'''$

$+ इ^{४} . र' . य' . य'''$ ततो य मानम्

$$य = \frac{र''' इ^{२} . य''' (य' - इ^{२} . य') - र' . इ^{२} . य' (य''' - इ^{२} . य''')}{र''' (य' - इ^{२} . य) - र' (य''' - इ^{२} . य''')}$$

परन्तु, $र''' = \frac{अ}{क}\sqrt{क^{२} - य'''^{२}}$, $र' = \frac{अ}{क}\sqrt{क^{२} - य'^{२}}$ अत्र

$\frac{१}{२}$ लव्या = अ, $\frac{१}{२}$ वृव्या = क

तदा

$$य = \frac{इ^{२} . य''' \sqrt{क^{२} - य'^{२}} (य' - इ^{२} . य') - इ^{२} . य' \sqrt{क^{२} - य'^{२}} \; य''' \; इ^{२} य'''}{\sqrt{क^{२} - य'''^{२}} (य' - इ^{२} . य) \sqrt{क^{२} - य'^{२}} (य''' - इ^{२} . य''' \; य' - इ^{२} . य'''}$$

कल्प्यते $य' + च = य'''$ तदा

$$\sqrt{क^{२} - य'''^{२}} = \sqrt{क^{२} - य'^{२} - २य'च - च^{२}}, \sqrt{क^{२} - य'^{२}} = मू$$

$$\therefore \sqrt{क^{२} - य'^{२} - २य' च - च^{२}} = मू - \frac{य' च}{मू},$$

अन्यानि पदानि च वर्गगुणकानि त्यक्तानि।

ततो य मानम्

$$य = \frac{इ^{२} . य''' . य मू - इ^{४} य''' . य . मू - \frac{य' च}{मू}(इ^{२} य''' . य' - इ^{४} . य''' . य'}{मू . य' - इ^{२} . य' मू - \frac{य' च}{मू}(य' - इ^{२} य') - मूय' - मूच + मूइ^{२} . य + मूइ^{२} च}$$

$$+ \frac{- इ^{२} . य''' . य . मू + इ^{४} य''' मू}{मूइ च - मूच - \frac{य' च (य' - इ^{२} . य)}{मू}}$$

$$= \frac{- \frac{य' च}{मू}(इ^{२} य''' . य' - इ^{४} य''' य')}{मू . इ^{२} च \; मूच - \frac{य' च}{मू}(य' - इ^{२} . य)} = \frac{- य' (इ^{२} . य''' य' - इ^{४} य''' य')}{मू^{२} . इ^{२} - मू^{२} - य^{२} (१ - इ^{२})}$$

अत्र च मानं यदि बिन्दुरूपं स्यात्, तदाऽत्यन्तासन्नयोर्लम्बयोर्योगबिन्दोर्भुजमानम् =

$$\frac{- य' (इ^{२} . य'^{२} - इ^{४} . य'^{२})}{- मू^{२} (१ - इ^{२}) - य'^{२} (१ - इ^{२})} = \frac{- य'^{२} . इ^{२} (१ - इ^{२})}{(१ - इ^{२}) (- मू^{२} - य^{२})} = \frac{य'^{२} . इ^{२}}{क^{२}}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

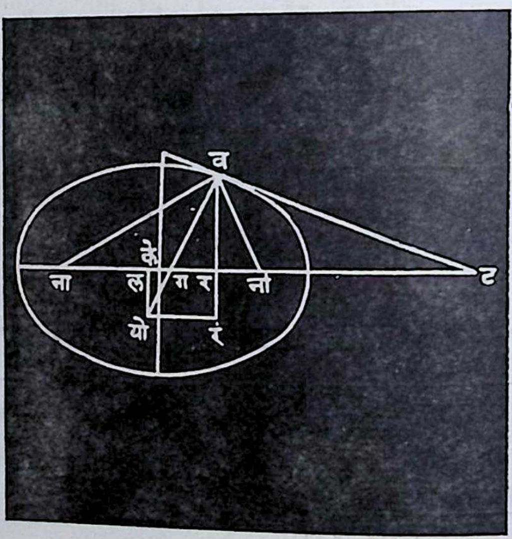
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एतेन—

अत्यासन्नस्थबिन्दुभ्यां दीर्घवृत्तवृतौ बुधाः ।
यौ लम्बौ स्पर्शरेखायां तयोर्योगस्त्र यद् भवेत् ॥
बिन्दोर्दोःस्पर्शरेखायां स्थिताभ्यां तन्मितिर्भवेत् ।
बृहद्व्यासार्धवर्गाप्तबिन्दुदोर्घनसंहतः ॥
समनिष्पत्तिवर्गोऽथ भुजमानाद् भविष्यति ।
कोटिमानं प्रकारेण सुलभेन सदेह वै ॥

इति सिध्यति ।

अथ कल्प्यतेऽत्यासन्नयोर्लम्बयोर्योगबिन्दुः = यो, तद्भुजः = केल, तत्कोटिः = योल



चित्रम् २२

तदा लर = योर' = केर + केल

$$\therefore \text{योर}' = \text{केर} - \frac{\text{केर}^2 - \text{इ}^2}{\text{क}^2} = \frac{\text{केर}}{\text{क}^2}\, \text{क}^2 - \text{इ}^2.\text{केर})$$

पूर्वयुक्त्या, गर = केर (१ − इ^2)

$$\text{वग} = \sqrt{१-\text{इ}^2}\sqrt{\text{क}^2\ \text{इ}^2.\text{केर}^2)}$$ (द्र० ३० सूत्रम्)

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ततः $योव = \frac{वग \times योर'}{गर}$

$$= \frac{\sqrt{१ - इ^२}\ \sqrt{क^२ - इ^२ केर^२} \times \frac{केर}{क^२}(क^२ - इ^२.केर^२)}{(१ - इ^२)\cdot केर}$$

$$वा,\ योव = \frac{(क^२ - इ^२ केर^२)^{\frac{१}{२}} \times (क^२ - इ^२.केर^२)}{क^२\sqrt{१ - इ^२}}$$

$$= \frac{(क^२ - इ^२\ केर^२)^{\frac{३}{२}}}{अ + क}$$

अत्रापि $अ = \frac{१}{२}$ लव्या, $क = \frac{१}{२}$ वृव्या

अथ, $क^२ - इ^२ + केर^२ = (क + इ.\ केर)\ (क - इ.केर) = नाव \times नांव$

$$\therefore\ योव = \frac{(नाव \times नांव)^२}{अ.\ क}$$

यो केन्द्राद्योव व्यासार्धेन यद्वृत्तं स्यात्तद्दीर्घवृत्तस्य वृतिस्थाऽत्यन्तासन्नबिन्दुद्वयोपरि गतं भविष्यति, अतः वट रेखा अत्यासन्नबिन्द्वोरुपरि गतेन दीर्घवृत्तस्य चापेन सह यं कोणं विरचयति तमेव कोणं तत्परिधिश्चापेन सह निर्माति । अयं परिधिः 'वक्रक्षेत्रसजातीयपरिधिः' इति नाम्ना व्यवह्रियते, तथास्य व्यासः सजातीयव्यास इति नाम्ना ।

सजातीयव्यासज्ञानाय सूत्रम्

३९. निष्पत्तिदोर्घातजवर्गहीनात् पदं महद्व्यासदलस्य वर्गात् ।
यत्तद्घनो व्यासवधाब्धिभागभक्तस्सजातीयवृतेस्त्रिभज्या ॥

अथ दीर्घवृत्तस्य फलादिज्ञानाय तत्फलादीनां तत्कालगत्यानयनम्—

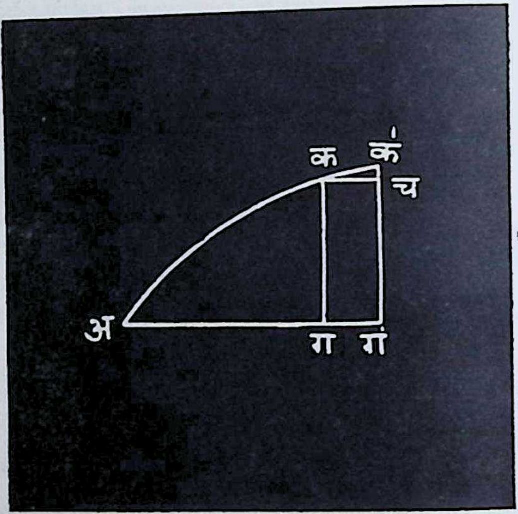
कल्प्यते अकग वक्रक्षेत्रं यस्य अग = भु, क ग = को सर्वदा भुजसंस्कारादेव कोटिः ।

कल्प्यते गगं तुल्या भुजवृद्धिः, तदा कोटिमानम् = कगं, अतः कगगंकं आयतक्षेत्रफलम् = गगं × कंगं, यदि गगं मानमत्यल्पं भवेत् तदाऽऽयतफलतुल्यमेव अकग, अकंगं क्षेत्रयोः फलान्तरं स्यात् । अतः गगं × कंगं इदमेव भुजस्य गग' वृद्धौ फलान्तरम् । ततोऽनुपातः गग' वृद्धौ चेदिदं फलान्तरम्, तदा रूपवृद्धौ किमिति लब्धं कंगं तुल्यं फलान्तरं भुजस्य

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

रूपवृद्धौ समानवेगेन । अथ यथा यथा गग′ मानमल्पं स्यात्, तथा तथा वास्तवक्षेत्रयोः- फलान्तरं स्यात्, परन्तु गगं अस्य परमह्रासे कग = कंग′ इदं भुजस्य गतिगुणितंभुजस्य तद्गतौ फलगतिः स्यादेकरूपेण ।



चित्रम् २३

अतः सूत्रम्

४०. वक्रक्षेत्रस्य कोटिघ्नी भुजतात्कालिकीगतिः ।
तात्कालिकीगतिस्सा स्याद् वक्रक्षेत्रफलस्य वै ॥

अथ गग′ = कच = भुजगतिः,

कंच = कोटिगतिः,

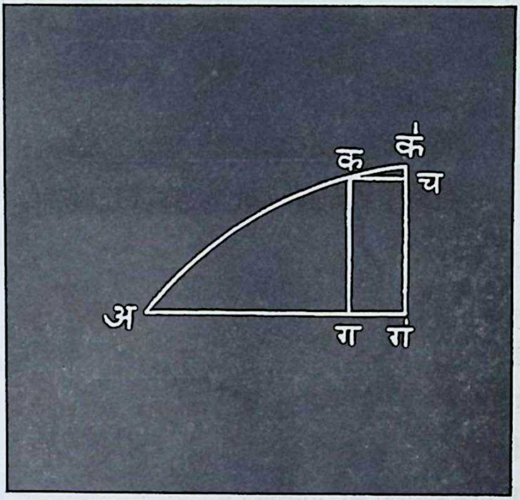
ककं = कर्णगतिः,

अतः ककं = $\sqrt{\text{गगं}^2 + \text{कच}^2}$

अनुपातेन भुजस्य रूपगतौ ककं मानं साध्यम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

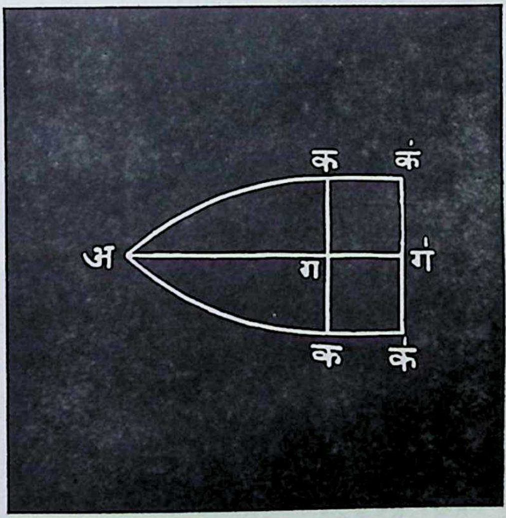
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



चित्रम् २४

अतः सूत्रम्

४१. भुजकोटिजतत्कालगतिवर्गयुतेः पदम् ।
कर्णजा सा गतिः स्याद् वै वक्रक्षेत्रेषु सर्वदा ॥



चित्रम् २५

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MID

यदि अकग क्षेत्रम्, अग रेखोपरि भ्राम्यते, तदैकं घनक्षेत्रं स्यात्, यस्य मुखम् अ बिन्दौ, तस्याऽऽधारस्तु कग व्यासार्धजन्यः परिधिः ।

एवं वर्धितक्षेत्रस्याधारपरिधिः कंगं व्यासार्धजन्यः परिधिः ।

तदा यदि गगं मानमल्पतरं स्यात्,

तदा ककंकं घनफलं वा अकक, अकंकं घनफलयोरन्तरम् $= \text{प} \times \text{कक}^2 \times \text{गगं} = \frac{\text{प. कग}^2\text{. गग}'}{४}$

अनुपातेन भुजस्य रूपगतौ

घनफलान्तरम् $= \text{प} \times \text{कग}^{\cdot}$, अत्र $\text{प} = ३.१४१५९\cdots$

पुनरनुपातेन भुजस्याभीष्टगतौ घनफलगतिः साध्या ।

अतः सूत्रम्

४२. द्विघ्नकोटिमिते व्यासे वृत्तक्षेत्रफलं हतम् ।
भुजगत्या घनक्षेत्रफलजा सा गतिर्भवेत् ॥

एवं तत् क्षेत्रभ्रमणेन तत्क्षेत्रवर्धितक्षेत्रयोः पृष्ठफलान्तरं तु द्विगुणितकोटिजन्यपरिधि-कर्णगतिघाततुल्यम् ।

अतः सूत्रम्

४३. द्विघ्नकोटिमिते व्यासे परिधिर्गुणितस्तया ।
कर्णगत्या भवेत् सा च गतिः पृष्ठफलोद्भवा ॥

दीर्घवृत्तक्षेत्रे तु कोटिः $= \frac{\text{अ}}{\text{क}}\sqrt{\text{क}^2 - {}^2\text{भु}}$

कोटिः $= \text{र}$, $\text{भु} = \text{य}$, $\text{अ} = \frac{१}{२}$ लव्या, $\text{क} = \frac{१}{२}$ वृव्या

$$\therefore \text{र} = \frac{\text{अ}}{\text{क}}\sqrt{\text{क}^2 - \text{भु}^2} = \text{फलगतिः}$$

$$\text{र}^2 = \frac{\text{अ}^2}{\text{क}^2}(\text{क}^2 - \text{भु}^2) \text{ अनयोर्गती}$$

$$२\ \text{तार.र} = -२\ \text{ताभु. भु} \times \frac{\text{अ}^2}{\text{क}^2}$$

$$\text{तार} = -\frac{\text{ताभु भु} \times \text{अ}^2}{\text{र} \times \text{क}^2}$$

$$\text{तार}^2 = \frac{\text{ताभु}^2\text{. भु}^2 \times \text{अ}^4}{\text{र}^2\text{. क}^4}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\text{तार}^2 + \text{ताभु}^2 = \text{ताभु}^2 \left\{ \frac{\text{र}^2 . \text{क}^4 + \text{भु}^2 . \text{अ}^4}{\text{र}^2 . \text{क}^4} \right\}$$

वा

$$\text{तार}^2 + \text{ताभु}^2 = \frac{\left[\text{अ}^2 . \text{क}^2 \left(\text{क}^2 - \text{य}^2 \right) + \text{य}^2 . \text{अ}^4 \right] \text{ताय}^2}{\text{अ}^2 \text{क}^2 \left(\text{क}^2 - \text{य}^2 \right)}$$

$$= \frac{\text{ताय}^2 \left\{ \left(\text{क}^2 - \text{य}^2 + \text{य}^2 . \frac{\text{अ}^2}{\text{क}^2} \right\}}{\text{क}^2 - \text{य}^2} = \frac{\text{ताय}^2 (\text{क}^2 - \text{य}^2 + \text{य}^2 - \text{इ}^2 . \text{य}^2}{\text{क}^2 - \text{य}^2}$$

$$= \frac{\text{ताय}^2 \left(\text{क}^2 - \text{इ}^2 . \text{य}^2 \right)}{\text{क}^2 - \text{य}^2}$$

अत:

$$\text{दीर्घवृत्तस्य कर्णगति} = \frac{\text{ताय} \sqrt{\text{क}^2 - \text{इ}^2 \text{य}^2}}{\sqrt{\text{क}^2 - \text{य}^2}}$$

$$\text{र}^2 = \frac{\text{अ}^2}{\text{क}^2} \left(\text{क}^2 - \text{य}^2 \right), \quad \text{प} = ३.१४१५९.$$

$$\text{ताय} \times \text{प} \times \text{र}^2 = \frac{\text{प}.\text{अ}^2}{\text{क}^2} \times \text{ताय} \left(\text{क}^2 - \text{य}^2 \right) = \text{घनफलगति:}$$

$$\text{र} = \frac{\text{अ}}{\text{क}} \sqrt{\text{क}^2 - \text{य}^2}, \ \text{कर्णगति:} = \frac{\text{ताय} \sqrt{\text{क}^2 - \text{इ}^2 \text{य}^2}}{\sqrt{\text{क}^2 - \text{य}^2}}$$

$$\therefore २ \ \text{प}. \ \text{र} \times \text{कग} = \frac{२ \ \text{अप}}{\text{क}} \times \text{ताय} \sqrt{\text{क}^2 - \text{इ}^2 . \text{य}^2}$$

अतो यदि

येषां चलराशीनां पूर्वलिखितास्तत्कालगतयस्सन्ति तेषां मानानि व्यक्तानि स्युः, तदा तानि मानानि दीर्घवृत्तस्य फलादीनां मानानि भविष्यन्ति। तेषां मानं कथं व्यक्तं भवेदित्येतदर्थं चलराशीनां तत्कालगत्यानयनाय गतेश्च चलराशिज्ञानाय कतिपयसिद्धान्तान् वर्णयामि।

तत्र सर्वदा चलराशीनां मानानि य, र, ल, व इत्यादि वर्णकैर्गणकैर्ज्ञेयानि।

कल्प्यते य चलराशिः, यस्य संस्कारद्वयस्य तत्कालगतिरभीष्टा

र = फ (य) × फि (य) अत्र फ, फि यस्य संस्कारः

यस्य च मितवृद्धौ र स्वरूपम् = र'

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding.

$ र' = फ (य+च) × फि (य+च) $ फलयोरन्तरम्

$ र' - र = फ (य+च) × फि (य+च) - फ (य) × फि (य) $

$ = फ (य+च) × फि (य+च) - फि (य) × फ (य+च) $

$ + फि (य) + फ (य+च) - फ (य) फि (य) $

$ = [फ (य+च)] [फि (य+च) - फि (य)] $

$ + फि (य) [फ (य+च) - फ (य)] $

अथेदमन्तरं च भक्तं यस्य रूपगतो र गतिः = $\left\{ फ (य+च) \right\}$

$$\left\{ \frac{फि (य+च) - फि (य)}{च} \right\} + फि (य) \left\{ \frac{फ (य+च) - फ (य)}{च} \right.$$

अत्र च मानं यदि शून्यमितं भवेत् तदा रस्य तात्कालिको गतिर्भविष्यति, परन्तु तदा

$$\frac{फि (य+च) - फि (य)}{च} = ताग^{1} फि (य), \frac{फ (य+च - फ (य)}{च} = ताग\ फ (य)$$

अतः

$ तागर = फ (य) ताग फि (य) + फि (य) ताग फ (य) $

ततः सूत्रम्

४४. **मिथश्चलाख्यराशिघ्ने चलराश्योर्गती भवेत् ।**
चलराशिहतेर्विद्वन् तत्कालजगतिः स्फुटा ॥

अत्र यदि फ = फि, तदा

$ ताग फ (य)^{2} = २ फ (य) ताग फ (य) $, कल्प्यते पुनः $फ^{2} = फि$

तदा, $ ताग फ (य)^{3} = ३ फ (य)^{2} × ताग फ (य) $ ।

एवं यदि $फ^{3} = फि$, तदा

$ ताग फ (य)^{4} = ४ फ (य)^{3} × ताग फ (य) $

अतः सूत्रम्

४५. **चलराशिगतिर्घातसंख्यया गुणिता हता ।**
राशिजव्येकघातेन राशिघात[2]गतिर्भवेत् ॥

---

१. सं० चलनकलने सर्वत्र ताग इत्यस्य स्थाने ता मात्रमेव ग्रन्थकर्त्रा लिखितम् ।
२. सं० । घातशब्देनात्र घाताङ्को वर्गघनादिको ज्ञातव्यः ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यदि र = फ (य) $\pm$ स्थिरसंख्या, तदा

र' = फ (य + च) $\pm$ स्थिरसंख्या, अतोऽनयोरन्तरम् = फ (य + च) − फ (य) इदं च भक्तं जाता र गतिः = $\frac{\text{फ (य + च) − फ (य)}}{\text{च}}$ अतः स्थिरसंख्या युतोनितस्यापि चलराशेस्सैव तात्कालिकी गतिर्भवति ।

एवं स्थिरसंख्यागुणितभक्तस्यापि सैव गतिर्भवति स्थिरसंख्यागुणितभक्ता सती ।

एवं यदि र = ज्याय तदा

र' = ज्या (य + च) अनयोरन्तरम्

$$\text{र}' - \text{र} = \text{ज्या (य + च) − ज्याय} = \frac{2\ \text{कोज्या}\ \frac{\text{(य + च)}}{2}\cdot\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}\text{च}}{\text{त्रि}}$$

च भक्तं जाता र गतिः =

$$\frac{2\ \text{कोज्या}\ \frac{\text{(य + च)}}{2}\cdot\ \text{ज्या}\ \frac{\text{च}}{2}}{\text{त्रि} \times \text{च}} = \frac{\text{कोज्या}\ \frac{\text{(य + च)}}{2}\ \frac{\text{ज्या}\ \frac{1}{2}\text{च}}{\frac{1}{2}\ \text{च}}}{\text{त्रि}}$$

अस्य परमह्रासे $\frac{\text{ज्या}\ \frac{1}{2}\text{च}}{\frac{1}{2}\ \text{च}} = 1$ अतः

$$\text{तागर} = \frac{\text{कोज्याय}}{\text{त्रि}}$$ य चापस्य रूपगतौ ।

अभीष्टगतौ तु $\text{तागर} = \frac{\text{कोज्याय. ताय}}{\text{त्रि}}$

विलोमात्

$$\text{ताय} = \frac{\text{तागर. त्रि}}{\text{कोज्याय}} = \frac{\text{तागर. त्रि}}{\sqrt{\text{त्रि}^2 - \text{र}^2}}$$

अतः

४६. चलचापगतिश्चापकोटिज्यागुणिता भवेत् ।
त्रिजीवया फलं तत् स्याज्जीवातात्कालिकी गतिः ॥
जीवागतिस्त्रिभज्याघ्नी कोटिज्याविहृता भवेत् ।
चलचापगतिः पूर्वप्रकारस्य विलोमतः ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding

अथ पूर्वरीत्या

$$\text{ताय} = \frac{\text{तागर. त्रि}}{\sqrt{\text{त्रि}^2 - \text{र}^2}} \therefore \text{ज्याय} = \text{र, ततः य} = \text{ज्या}^{-1}\text{र}$$

परन्तु पूर्वयुक्त्या स्थिरसंख्यायुतोनितस्यापि चलराशेस्सैव गतिः, अतः

ताग (य $\pm$ स्थि) = ताय $\therefore$ ज्या (य $\pm$ स्थि) = र, ततः य $\pm$ स्थि = ज्या$^{-1}$र पक्षान्तरानयनेन य = ज्या$^{-1}$र $\pm$ स्थि,

$$\text{अतः} \int \frac{\text{तागर. त्रि}}{\sqrt{\text{त्रि}^2 - \text{र}^2}} = \text{ज्या}^{-1}\text{र} \pm \text{स्थि}$$

$\int$ अयं लुप्ताकारस्तस्य चलराशेर्द्योतको ज्ञेयो यस्य तात्कालिकी गतिः

$\frac{\text{तागर, त्रि}}{\sqrt{\text{त्रि}_2 - \text{र}^2}}$ इयं संख्या भवेत् । $\int$ इदं गतिमूलस्य[1] चिह्नम् ।

अत्र त्रि = स्थिरसंख्या, अतो यदि

४७. स्थिरसंख्यया गुणितायाश्चलराशिगतेश्चलराशिवर्गोनतत्स्थिरवर्गपदं हरो भवेत्, तदा तत्स्थिरसंख्यातुल्यव्यासार्धे तच्चलराशितुल्यजीवाया यच्चापमानं तत् कयाचित् स्थिरसंख्यया युतं तच्चलराशिमानं स्याद्, यस्य तात्कालिकी गतिः सैव भवेत् ।

अत्र सर्वत्र चापपदेन चापात्मकं मानं ज्ञेयम्, नह्यंशात्मकम् ।

एवं पूर्वयुक्त्या

$$\text{ताग (य}^{\text{न}}) = \text{न. य}^{\text{न}-1} \times \text{ताय} = \text{ताग} \quad (\text{य}^{\text{न}} + \text{स्थि}) \text{ ।}$$

अतः

$$\int \text{न. य}^{\text{न}-1} \times \text{ताय} = \text{य}^{\text{न}}, \text{वा} = \text{य}^{\text{न}} + \text{स्थि ।}$$

अत्र न स्थिरसंख्याऽस्ति ततो जातोऽन्यः सिद्धान्तः

१. सं० । यं चलराशिं मूलं मत्वा तात्कालिकी गतिः साधिता तस्यैव चलमूलराशेरिति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

४८. यदि कस्यचिच्चलराशेर्गतिगुणितश्चलराशिघातस्सैकघातसंख्यागुणितश्चान्यचलराशेर्गतिः स्यात्, तदा पूर्वचलराशिसैकघातः कयाचित् स्थिरसंख्यया युतोनोऽन्यचलराशिमानं स्यात्।

ताग [स्थि × फ (य)] = स्थि × ताग फ (य)

अतः

$$\int \text{स्थि} \times \text{ताग फ (य)} = \text{स्थि} \int \text{ताग फ (य)} = \text{स्थि} \times \text{फ (य)}$$

एतेनेदं जातम्

४९. यदि स्थिरराशिगुणितचलराशिगतिरन्यचलराशिगतिः स्यात्, तदा पूर्वचलराशिः स्थिरसंख्यया गुणितोऽन्यचलराशिर्भवति।

$\frac{\text{स्थि}}{\text{य}^{\text{न}}} = \text{स्थि} \times \text{य}^{-\text{न}}$ (बीजगणितरीत्या) तदा

$$\text{ताग} \left\{ \frac{\text{स्थि}}{\text{य}^{\text{न}}} \right\} = \text{ताग} (\text{स्थि} \times \text{य}^{-\text{न}}) = -\text{न.स्थि.ताय.य}^{-\text{न}-१}$$

$$\text{वा, ताग} \left\{ \frac{\text{स्थि}}{\text{य}^{\text{न}}} \right\} = \frac{-\text{न.स्थि. ताय}}{\text{य}^{\text{न}+१}} = \text{ताग} \left\{ \frac{\text{स्थि}}{\text{य}^{\text{न}}} \pm \text{अन्यस्थि} \right\}$$

$$\therefore \int \frac{-\text{न.स्थि ताय}}{\text{य}^{\text{न}+१}} = \frac{\text{स्थि}}{\text{य}^{\text{न}}} \pm \text{अन्यस्थि},$$

अतः

५०. यदि कस्यापि गतिगुणितस्थिरसंख्या चलराशिघातहृता एकोनघाततुल्येन ऋणरूपेण गुणिताऽन्यचलराशिगतिः स्यात्, तदा सा स्थिरसंख्या पूर्वचलराशिव्येकघातहृताऽन्यस्थिरसंख्यायुतोना सत्यन्यचलराशिमानं भवति।

(४८) प्रकारे यदि

$\int \text{न.य}^{\text{न}-१} \times \text{ताय}$ अस्य स्थाने

$\int \text{स्थि.य}^{\text{न}-१} \times \text{ताय}$, एवं भवेद् तदाऽस्य स्वरूपम्

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding

$$\int \frac{\text{स्थि}\times\text{न}.\text{य}^{\text{न}-१}}{\text{न}}\text{ताय} = \frac{\text{स्थि}}{\text{न}}\int \text{न}.\text{य}^{\text{न}-१}.\text{ताय} = \frac{\text{स्थि}}{\text{न}}\text{य}^{\text{न}} + \text{अ}$$

एवं भविष्यति, अर्थात्

५१. चलराशिसैकघातगुणिता स्थिरसंख्या सैकघातसंख्यया भक्ताऽन्यचलराशिमानं स्यादन्यस्थिरसंख्यया युक्ता सती ।

वा न − १ = म तदा

$$\frac{\text{स्थि}}{\text{म}+१}\int(\text{म}+१).\text{य}^{\text{म}}\text{ताय} = \frac{\text{स्थि}}{\text{म}+१}\times\text{य}^{\text{म}+१} + \text{अस्थि}$$

परन्तु यदि म = − १ तदा

$\int \frac{\text{स्थि}.\ \text{ताय}}{\text{य}} = \frac{\text{स्थि}}{०} + \text{अस्थि}$, अतस्तदाऽनेन सिद्धान्तेन न चलराशिसिद्धिः, अतस्तत्सिद्धयर्थं तावत् कस्य चलराशेः $\frac{\text{स्थि}.\ \text{ताय}}{\text{य}}$ इयं तात्कालिकी गतिर्भविष्यतीत्यस्य विचारः

$$\text{अ}_१ + \text{क}.\ \text{य} + \text{ख}.\text{य}^२ + \text{ग}.\text{य}^3 + \text{घ}.\text{य}^४ + \cdots\cdots = ०$$

अत्र यदि य स्थाने कस्या अपि संख्याया उत्यापने कृते सर्वदा शून्येन समा श्रेढी भवेत्, तदा $\text{अ}_१ = ०$

क = ०, ख = ० इत्याद्येवं भवेत् ।

यतः यदि य = ० तदा $\text{अ}_१ = ०$

$$\therefore \text{क}\ \text{य} + \text{ख}.\text{य}^२ + \text{ग}.\text{य}^३ + \text{घ}.\text{य}^४ + \cdots\cdots = ०$$

पक्षयोर्यविभक्तेन

$$\text{क} + \text{ख}.\text{य} + \text{ग}.\text{य}^२ + \text{घ}.\text{य}^३ + \cdots\cdots = ०$$

पुनः य = ० तदा, क = ०

एवमग्रेऽपि बुद्धया विवेचम् ।

$$\text{अ} + \text{क}.\text{य} + \text{ख}.\text{य}^२ + \text{ग}.\text{य}^३ + \cdots\cdots \text{अ}_१ + \text{क}_१\text{य} + \text{ख}_१\text{य}^२ + \text{ग}_१\text{य}^३\cdots\cdots$$

अत्र य स्थाने कस्या अपि संख्याया उत्थापने कृते

यदि पक्षौ समौ स्याताम्, तदा $\text{अ} = \text{अ}_१$

$\text{क} = \text{क}_१$, $\text{ख} = \text{ख}_१$, $\text{ग} = \text{ग}_१$ इत्यादि भविष्यति ।

यतः पक्षान्तरेण

$$\text{अ} - \text{अ}_१ + \text{य}\ (\text{क} - \text{क}_१) + \text{य}^२\ (\text{ख} - \text{ख}_१) + \cdots\cdots + ०$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ततः पूर्वयुक्त्या

$अ - अ_1 = 0 \therefore अ = अ_1,\ क - क_1 = 0 \therefore क = क_1$ इत्यादि

यदि

$र = अ^{य}$ तदा रस्य, अ, आधारे य, इति लघुरिक्थम्,

अर्थात्

$ल_{अ}{}^{र} = य$ एवं लिख्यते

$र = अ^{य} = [\,1 + (अ - 1)\,]^{य},$

परन्तु द्वियुक्पदसिद्धान्तेन

$$[\,1 + (अ - 1)\,]^{य} = 1 + य\,(अ - 1) + \frac{य\,(य - 1)\,(अ - 1)^2}{2}$$

$$+ \frac{य\,(य - 1)\,(य - 2)\,(अ - 1)^3}{1.\,2.\,3} + \ldots\ldots\ldots$$

वा,[1] $[\,1 + (अ - 1)]^{य} = 1 + क.\,य + क_1\,य^2 + क_2\,य^3 + \ldots\ldots\ldots$

अत्र $क = (अ - 1) - \frac{1}{2}(अ - 1)^2 + \frac{1}{3}(अ - 1)^3 - \frac{1}{4}(- 1)^4 + \ldots.$

---

१. सं०। $\left\{1 + (अ - 1)\right\}^{य} = 1 + य\,(अ - 1) + \frac{य\,(य - 1)}{2}(अ - 1)^2$

$+ \frac{य\,(य - 1)\,(य - 2)}{2 \cdot 3}(अ - 1)^3 + \ldots = 1 + य\,(अ - 1) + \frac{य\,(य^2 - य)\,(अ - 1)^2}{2}$

$+ \frac{(य^3 - 3य^2 + 2य)\,(अ - 1)^3}{2 \cdot 3} + \ldots = 1 + य\,(अ - 1) + \frac{य^2\,(अ - 1)^2}{2}$

$- \frac{य\,(अ - 1)^2}{2} + \frac{य^3\,(अ - 1)^3}{2 \cdot 3} - \frac{3य^2\,(अ - 1)^3}{2\,3} + \frac{2\,य\,(अ - 1)^3}{2 \cdot 3} + \ldots\ldots$

$= 1 + य\left\{(अ - 1) - \frac{(अ - 1)^2}{2} + \frac{(अ - 1)^3}{3}\right\}$

$+ य^2\left\{\frac{(अ - 1)^2}{2} - \frac{(अ - 1)^3}{2}\right\} + \ldots$ अतोऽत्र यदि य गुणकः $= (अ - 1)$

$- \frac{(अ - 1)^2}{2} + \frac{(अ - 1)^3}{3} + \ldots\ldots = क$ तथा $य^2$ गुणकः $= \frac{(अ - 1)^2}{2}$

$- \frac{(अ - 1)^3}{2} + \ldots\ldots = क_1$, एवं $य^3$ गुणकः $= क_2$ इत्यादि, तदा

$अ^{य} = 1 + क.य + क_1 य^2 + क_2.य^3 + \ldots\ldots$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

एवं यवर्गगुणकः = $क_1$, यघनगुणकः = $क_2$ इत्यादि,

अतः

$$अ^{य} = १ + क. य + क_1.य^2 + क_2.य^3 + \ldots\ldots$$

$$एवं, अ^{य+च} = १ + क (य + च) + क_1 (य + च)^2 + क_2 (य + च)^3 + \ldots$$

$$= १ + कय + २ क_1.यच + ३ क_2. य.च^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= १ + य (क + २ क_1.च + ३ क_2.च^2 + \ldots\ldots\ldots) + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

परन्तु

$$अ^{य+च} = अ^{य} \times अ^{च} = अ^{च} (१ + क. य + क_1.य^2 + क_2.य + ^3 + \ldots)$$

अतः

$$अ^{च} (१ + क.य + क_1. य^2 + क_2. य^3 + \ldots\ldots\ldots)$$

$$= १ + य (क + २ क_1. च + ३ क_2 च^2 + \ldots\ldots) + \ldots\ldots\ldots$$

ततः पूर्वयुक्त्या

$$अ^{च} \times क = क + २ क_1.च + ३ क_2.च^2 + \ldots\ldots$$

$$परन्तु\ अ^{च} = १ + क.च + क_1.च^2 + क_2.च^3 + \ldots\ldots$$

अतः

$$क + क^2.च + क\text{-}क_1.च^2 + क\text{-}क_2.च^3 + \ldots\ldots$$

$$= क + २ क_1.च + ३ क_2.च^3 + \ldots\ldots$$

अतः

$$क_1 = \frac{क^2}{२}, क_2 = \frac{क. क_1}{३} = \frac{क^3}{२\cdot३} \text{ इत्यादि}$$

ततो जातं प्रथमसमीकरणस्य रूपम्

$$अ^{य} = १ + क. य + \frac{क^2.य^2}{२} + \frac{क^3.य^3}{२\cdot३} + \frac{क^4.य^4}{२.३.४.} + \ldots\ldots$$

कल्प्यते $य = \frac{१}{क}$ तदा

$$अ^{क^{-1}} = १ + १ + \frac{१}{२} + \frac{१}{१.२} + \frac{१}{२.३.४} + \ldots\ldots$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ च $अ^{क^{१}} = इ$ तदा

$$इ = १ + १ + \frac{१}{२} + \frac{१}{२.३} = \frac{१}{२.३.४.} + \frac{१}{२.३.४.५} + ...$$

$अ^{क^{१}} = इ \therefore अ = इ^{क}$ अतः

$ल_{इ}$ अ = क, अर्थात् इ आधारे अस्य लघुरिक्थम् = क

$$(अ - १) - \frac{१}{२}(अ - १)^{२} + \frac{१}{२}(अ - १)^{३} - ....$$

यदि अ = र + १

तदा $ल_{इ}\ (१ + र) = र - \frac{र^{२}}{२} + \frac{र^{३}}{३} - \frac{र^{४}}{४} + ...$ वा,

$$ल_{इ}\ (१ + र) = र - \frac{र^{२}}{२} + \frac{र^{३}}{३} - \frac{र^{४}}{४} + ...$$

यदि र = − र तदा

$$ल_{इ}\ (१ - र) = - र - \frac{र^{२}}{२} - \frac{र^{३}}{३} - \frac{र^{४}}{४} - ......$$

पक्षयोरन्तरेण

$$ल_{इ}\ (१ + र) - ल_{इ}\ (१ - र) = २\left(र + \frac{र^{३}}{३} + \frac{र^{५}}{५} + \frac{र^{७}}{७} + ...\right)$$

परन्तु यदि $ल_{इ}\ (१ + र) = त, ल_{इ}\ (१ - र) = द$

$$तदा\ १ + र = इ^{त},\ १ - र = इ^{द},\ \frac{१ + र}{१ - र} = \frac{इ^{त}}{इ^{द}} = इ^{त-द}$$

$$अतः\ ल_{इ}\ (१ + र)\ ल_{इ}\ (१ - र) = ल_{इ}\ \frac{१ + र}{१ - र}$$

तेन

$$ल_{इ}\ \frac{१ + र}{१ - र} = २\left(र + \frac{र^{३}}{३} + \frac{र^{५}}{५} + \frac{र^{७}}{७} + ...\right)$$

$$अथ\ यदि\ \frac{म - न}{म + न} = र,\ तदा\ १ + र = \frac{२\ म}{म + न}$$

$$१ - र = \frac{२\ न}{म + न} \therefore \frac{१ + र}{१ - र} = \frac{म}{न}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fun

अतः $ल_इ \left(\frac{म}{न}\right) = २ \left\{\frac{म-न}{म+न} + \frac{१}{३}\left(\frac{म-न}{म+न}\right)^३ + \frac{१}{५}\left(\frac{म-न}{म+न}\right)^५ + \ldots\right\}$

अत्र यदि $म = न + १$ तदा

$$ल_इ \left(\frac{न+१}{न}\right) = ल_इ (न+१) - ल_इ (न) =$$

$$२\left\{\left(\frac{१}{२न+१}\right) + \frac{१}{३}\left(\frac{१}{२न+१}\right)^३ + \ldots\ldots\right\}$$

पक्षान्तरानयनेन

$$ल_इ (न+१) = ल_इ (न) + २\left\{\left(\frac{१}{२न+१}\right) + \frac{१}{३}\left(\frac{१}{२न+१}\right)^३ + \ldots\ldots\right\}$$

यद्वा किमेतावता प्रयासेन, पूर्वयुक्त्या

$$ल_इ (१+र) = र - \frac{र^२}{२} + \frac{र^३}{३} - \frac{र^४}{४} + \frac{र^५}{५} - \frac{र^७}{७} + \ldots\ldots$$

यदि $र = \frac{१}{२ न+१}$ वा, $र = -\frac{१}{२ न+१}$ तदा

$$ल_इ \left(\left(१ + \frac{१}{२ न+१}\right) = \left(\frac{१}{२ न+१}\right) - \frac{१}{२}\left(\frac{१}{२ न+१}\right)^२\right.$$

$$+ \frac{१}{२}\left(\frac{१}{२ न+१}\right) - \ldots\ldots$$

$$ल_इ \left(१ - \frac{१}{२ न+१}\right) = -\frac{१}{२ न+१} - \frac{१}{२}\left(\frac{१}{२ न+१}\right)^२$$

$$- \frac{१}{३}\left(\frac{१}{२ न+१}\right)^३ - \ldots\ldots$$

ततः पक्षयोर्विशोधनेन

$$ल_इ \left(\frac{न+१}{न}\right) = ल_इ (न+१) - ल_इ (न) =$$

$$२\left\{\left(\frac{१}{२ न+१}\right) + \frac{१}{३}\left(\frac{१}{२ न+१}\right)^३ + \ldots\ldots\right\}$$

वा, $ल_इ (न \div १) = ल_इ (न) +$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$२ \left\{ \left(\frac{१}{२ न + १} \right) + \frac{१}{३} \left(\frac{१}{२ न + १} \right) + \frac{१}{५} \left(\frac{१}{२ न + १} \right)^{५} + \ldots\ldots \right\}$$

अथ बीजगणितरीत्या

$१ = इ^{०} \therefore ल_{इ} (१) = ०$, वा $१ = अ^{०} \therefore ल_{अ} (१) = ०$

अतः कस्मिन्नप्याधारे रूपस्य लघुरिक्थं शून्यमेव ततोऽस्मिन् समीकरणे

$$ल_{इ}(न + १) = ल_{इ} (न) +$$

$$२ \left\{ \left(\frac{१}{२ न + १} \right) + \frac{१}{३} \left(\frac{१}{२ न + १} \right)^{३} + \ldots\ldots \right\}$$

न स्थाने रूपस्योत्थापने कृते जातं द्वयस्य लघुरिक्थम् ।

$$ल_{इ} (२) = २ \left\{ \left(\frac{१}{३} \right) + \frac{१}{३} \left(\frac{१}{३} \right)^{३} + \frac{१}{५} \left(\frac{१}{३} \right)^{५} + \ldots\ldots \right\}$$

ततस्त्रयस्य

$$ल_{इ} (३) = ल_{इ}(२) + २ \left\{ \left(\frac{१}{५} \right) + \frac{१}{३} \left(\frac{१}{५} \right)^{३} + \frac{१}{५} \left(\frac{१}{५} \right) + \ldots\ldots \right\}$$

एवं सर्वेषामङ्कानां लघुरिक्थान्युत्पादनीयानि गणकैः (इ) संज्ञकाधारे,

यदि $र = अ^{य}$, $र = इ^{च}$ तदा $इ = इ^{य} = अ^{च}$ कल्प्यते

$अ = इ^{व} \therefore इ^{य} = (इ^{व})^{च} = इ^{वच}$

ततः $य = व \times च \therefore च = \frac{य}{व}$ अतो यत् (इ) आधारे रस्य

लघुरिक्थं तत् (इ) आधारोत्पन्नेन (अ) अस्य लघुरिक्थेन भक्तम् (अ) आधारे रस्य लघुरिक्थं स्यात् । एवं सर्वेषामङ्कानाम् (इ) आधारे यानि लघुरिक्थानि तानि यूरोपदेशीयनेपियरसंज्ञकगणकेन निस्सारितानि । तथा यत्र कुत्रापि सिद्धान्तप्रकाराणामुत्पादने लघुरिक्थानां प्रयोजनं भविष्यति तानि (इ) आधारोत्पन्नान्येव ज्ञेयानि ।

लौकिके तु विग्नाम्ना गणकेन निस्सारितानि (१०) आधारोत्पन्नानि ज्ञेयानि गणितप्रपञ्चकुशलैः ।

अथ यदि $र = अ^{य}$ यत्र य, चलराशिः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fu

तदा $र' = अ^{य+च} = अ^{य} \times अ^{च} = अ^{य} (१ + क. च + क_{१}. च^{२} + ...$

$\therefore र' - र = क. च + क_{१}. च_{२} + ...$ इदं च भक्तं

यस्य ऊपगतौ र गतिः $= (क + क_{१}. च + क_{२}. च^{२} + ...) अ^{य}$

च स्थाने शून्योत्थापने कृते रस्य तात्कालिकी गतिः $= क \times अ^{य}$

अनुपातेन यस्याभीष्टगतावेकरूपेण रस्य

तात्कालिकी गतिः $= क.$ ताय $\times अ^{य}$

परन्तु $क = ल_{इ} (अ) \therefore$ तार = ताय. $ल_{इ} (अ) \times अ^{य}$

तार = र. ताय. $ल_{इ} (अ)$

अतः

५२. आधारलघुरिक्थघ्नी घातमापकजा गतिः ।
चलराशिहता सा स्याच्चलराशिगतिर्ध्रुवम् ॥

इत्युपपद्यते ।

तार = ताय. र, यदि अ = इ

तदा $\frac{तार}{र}$ = ताय = ताग $ल_{इ} (इ^{य})$ = ताग. $ल_{इ}$ र

$\therefore \int \frac{तार}{र} = य \pm स्थि = ल_{इ} (र) + स्थि$

५३. अतो यदि हरस्य तात्कालिकी गतिरेवांशमानं स्यात्, तदा हरस्य लघुरिक्थमेव स्थिरयुतमन्यचलराशिमानं भवेद्, यस्य गतिः $\frac{तार}{र}$ इत्येव भवेत् ।

यदि च = फ (य), ज = फि (य) तदा पूर्वप्रकारेण

ताग (च × ज) = ज × ताग च + च + ताग ज, समशोधनेन

ताग (च × ज) − ज × ताग च = च × ताग ज

अतः

$\int$ च × ताग (ज) = $\int$ [ताग (च. ज) − ज × ताग (च)]

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$= \int \text{ताग}(\text{च.ज}) - \int \text{ज} \times \text{ताग}(\text{च})$

$= \text{च} \times \text{ज} - \int \text{ज} \times \text{ताग}(\text{च})$, यथा

$\text{तार} = \dfrac{\text{य}^{\text{म}}\ \text{ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}} = \dfrac{\text{य}^{\text{म} - १}\text{य. ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}}$ अत्र कल्प्यते

$\text{च} = \text{य}^{\text{म} - १}$, $\text{ताग}(\text{ज}) = \dfrac{\text{य. ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}}$ $\therefore \text{ज} = -\sqrt{१ - \text{य}^२}$

तथा $\text{ताग}(\text{च}) = (\text{म} - १).\ \text{य}^{\text{म} - २}.\ \text{ताय}$

तत ऊर्ध्वलिखितसमीकरणेन

$\int \text{च} \times \text{ताग}(\text{ज}) = \int \dfrac{\text{य}^{\text{म} - १}.\text{य. ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}} = \int \dfrac{\text{य}^{\text{म}}.\ \text{ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}}$

$= \text{च. ज} - \int \text{ज. ताग}(\text{च})$

$= -\text{य}^{\text{म} - १} \times \sqrt{१ - \text{य}^२} + (\text{म} - १)\int \text{य}^{\text{म} - २}\sqrt{१ - \text{य}^२} \times \text{ताय} = \text{र}$

$= -\text{य}^{\text{म} - १}\sqrt{१ - \text{य}^२} + (\text{म} - १)\int \left\{ \dfrac{\text{य}^{\text{म} - २}.\text{ताय} - \text{य}^{\text{म}} \times \text{ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}} \right\}$

$= -\text{य}^{\text{म} - १}\sqrt{१ - \text{य}^२} + (\text{म} - १)\int \dfrac{\text{य}^{\text{म} - २} \times \text{ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}} - (\text{म} - १).\ \text{र}$

$\therefore \text{र} = \dfrac{-\text{य}^{\text{म} - १}\sqrt{१ - \text{य}^२}}{\text{म}} + \dfrac{(\text{म} - १)}{\text{म}}\int \dfrac{\text{य}^{\text{म} - २} + \text{ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}}$

एवं म स्थाने, (म − २) इति प्रकल्प्य कथितप्रकारेणेदं

$\int \dfrac{\text{य}^{\text{म} - २} \times \text{ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}}$ साध्यं ततोऽन्त्ये

यदि म विषमसंख्या स्यात्तर्हि $\int \dfrac{\text{य. ताय}}{\sqrt{१ - \text{य}^२}}$ इति भविष्यति,

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

यस्य चलराशिमानम् $= -\sqrt{१ - य^{२}}$

अथ यदि म समसंख्या, तदा तु पूर्वप्रकारेण

$\int \frac{ताय}{\sqrt{१-य^{२}}} = ज्या^{-१}य + स्थि$ एवं भविष्यति, अतोऽसकृत्कृतायां

पूर्वयुक्त्याऽस्य $\int \frac{य^{म} . ताय}{\sqrt{१-य^{२}}}$ मानं सुलभं भविष्यति ।

(१)

अथ यदि म = २ न, तदा यदि $क_{२न} = \int \frac{य^{२न} . ताय}{\sqrt{१-य^{२}}}$

तथा यदि $ग_{२न-१} = य^{म-१}\sqrt{१-य^{२}}$; तदा

$$क_{२न} = -\frac{१}{२न} \times ग_{२न-१} + \frac{२न-१}{२न} . क_{२न-२}$$

$$क_{२न-२} = -\frac{१}{२न-२} \times ग_{२न-३} + \frac{२न-३}{२न-२} . क_{२न-४}$$

$क_{२} = -\frac{१}{२} . ग_{१} + \frac{१}{२} क_{०}$ एवं यत्र $क_{०} = ज्या^{-१}य$

$$\therefore क_{२न} = -\left\{ \frac{१}{२न} (ग_{२न-१}) + \frac{२न-१}{२न(२न-२)} (ग_{२न-३}) \ldots\ldots \right\}$$

$$+ \frac{(२न-१)(२न-३)(२न-५)\ldots ३ . १}{२न(२न-२)(२न-४)\ldots ४ . २} ज्याय^{-१} + स्थि$$

अत्र यदि य = ०, तदा $\int \frac{य^{२न} . ताय}{\sqrt{१-य^{२}}} = ० \therefore स्थि = ०$

अथ यदि य = १, तदा $ग_{२न-१} = ०$, $ग_{२न-३} = ०$ इत्यादि,

परन्तु $क_{०} = \frac{प}{२} . \therefore क_{२न} = \int \frac{य^{२न} . ताय}{\sqrt{१-य^{२}}}$ $\left. \begin{matrix} शून्याद्रू- \\ पपर्यन्तम्=य \end{matrix} \right\}$

$$= \frac{(२न-१)(२न-३)(२न-५)(२न-७)\ldots\ldots}{२न(२न-२)(२न-४)\ldots\ldots} \times \frac{प}{२}$$

सर्वत्र प = ३·१४१५.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(२)

अथ यदि २न स्थाने २न + १ एवं भवेत्, तदा

तदेव समीकरणं $क_{२न+१}$

$$= -\left\{\frac{१}{२न+१} . ग_{२न} + \frac{२न}{(२न+१)(२न-१)} ग_{२न-२}\right\}$$

$$- \frac{२न(२न-२)(२न-४)}{(२न+१)(२न-१)(२न-३)} \sqrt{१-य^२} + स्थि$$

अत्रापि यदि य=०, तदा $\int \frac{य^{२न+१} . ताय}{\sqrt{१-य^२}} = ०$

$$\therefore ० = -\frac{२न(२न-२)(२न-४)}{(२न+१)(२न-१)(२न-३)} \sqrt{१} + स्थि$$

$$\therefore स्थि = \frac{२न(२न-२)(२न-४)}{(२न+१)(२न-१)(२न-३)}$$ अतो यदा य मानं

रूपं स्यात्तदा सर्वाणि पदानि शून्यानि भविष्यन्ति, केवलं स्थिरसंख्यासममेव चलराशिमानम्

$$\therefore \left.\int \frac{य^{२न+१} ताय}{\sqrt{१-य^२}} \begin{matrix} \text{शून्याद्रूप—} \\ \text{पर्य्यन्तम्=य} \end{matrix}\right\} = \frac{२न(२न-२)(२न-४)\cdots}{(२न+१)(२न-१)(२न-३)\cdots}$$

यदि २न $= \frac{१}{०}$ तदा २न = २न + १ अतस्तदा

$$\frac{२न(२न-२)(२न-४)\cdots}{(२न+१)(२न-१(२न-३)\cdots} = \frac{प}{२} \times \frac{(२न-१)(२न-३)(२न-५)\cdots}{२न(२न-२)(२न-४)\cdots}$$

परन्तु २न (२न-२) (२न-४)$\cdots$ = २.४.६.८.१०.१२.$\cdots$

(२न + १) (२न-१) (२न-३)$\cdots$ = १.३.५.७.९.११.$\cdots$

$$\therefore \frac{२.४.६.८.१०.१२\cdots}{१.३.५.७.९.११.१३\cdots} = \frac{प}{२} \times \frac{१.३.५.७.९\cdots}{२.४.६.८.१०\cdots}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

$$\therefore \frac{प}{२} = \frac{२.२.४.४.६.६.८.८.१०.१०\cdots}{१.३.३.५.५.७.७.९.९\times ११\cdots}$$ अयमेव

परिधिज्ञानाय वालिस्संज्ञकगणकस्य सिद्धान्तः । एवमत्र

प = ३·१४१५९२६५३५८९७९३

(४४) प्रकारेण दीर्घवृत्तस्य फलगतिः $= \frac{अ}{क}\sqrt{क^२ - य^२}$. तया

$$स्थि + फ = \frac{अ}{क}\int\sqrt{क^२-य^२}\times ताय = \frac{अ}{क}\times\int\frac{(क^२-य^२)\, ताय}{\sqrt{क^२-य^२}}$$

$$= \frac{अ}{क}\left\{\int\frac{क^२ .\, ताय}{\sqrt{क^२-य^२}} - \int\frac{य^२\, ताय}{\sqrt{क^२-य^२}}\right\}$$

$$अथवा,\ स्थि + फ = \frac{अ}{क}\left\{\int\frac{क .\, ताय}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}} - \int\frac{य^२ .\, ताय}{\sqrt{क^२-य^२}}\right\}$$

$$परन्तु \int\frac{\frac{क^२ .\, ताय}{क}}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}} = क^२\times\int\frac{\frac{ताय}{क}\times १}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}} = क^२ .\, ज्या^{-१}\frac{य}{क}$$

$$(५४)\ प्रकारेण,\ \int\frac{य^२ .\, ताय}{\sqrt{क^२-य^२}} = \int\frac{\frac{य^२ .\, ताय}{क}}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}}$$

अत्र (५४) प्रकारेण म = २

$$\therefore क^२\int\frac{\frac{य^२ .\, ताय}{क^२\, क}}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}}$$

$$= \left\{-\frac{य}{२क}\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}} + \int\frac{\frac{ताय}{क}}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}}\right\}क^२$$

$$= -\frac{य .\, क}{२}\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}} + क^२ .\, ज्या^{-१}\frac{य}{क}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ततः

$$\frac{अ}{क}\left\{\int\frac{क.\ ताय}{\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}}-\int\frac{य^२\ ताय}{\sqrt{क^२-य^२}}\right\}$$

$$=\frac{अ}{क}\left(\frac{य\sqrt{क^२-य^२}}{२}+\frac{क^२}{२}\ ज्या^{-१}\frac{य}{क}\right)$$

अतो दीर्घवृत्तचापफलम्

$$=\frac{अ}{क}\left(\frac{य\sqrt{क^२-य^२}}{२}+\frac{क^२}{२}\ ज्या^{-१}\frac{य}{क}\right)+स्थि,\ अत्र\ यदि$$

य मानम् = ० तदा $\overline{+}$ स्थि = ०

$$\therefore फलं=\frac{अ}{क}\left(\frac{य}{२}\sqrt{क^२-य^२}+\frac{क^२}{२}ज्या^{-१}\frac{य}{क}\right),\ यदि\ य=क$$

$$तदा\ दीर्घवृत्तचतुर्थांशफलम्=\frac{अ}{क}\left[\frac{क^२}{२}\ ज्या^{-१}(१)\right]=\frac{अ\times क^२\times प}{क\times२\times२}$$

$$चतुर्गुणितं\ जातं\ दीर्घवृत्तफलं=\frac{अ}{क}\times क^२ प$$

परन्तु $क^२$ प=बृहद्व्यासजन्यवृत्तफलम्,

अतः

५४. बृहद्व्यासवृत्तोद्भवं यत् फलं तत् लघुव्यासनिघ्नं बृहद्व्यासभक्तम् ।
भवेद् दीर्घवृत्तोद्भवं तत्फलं वै वृतेर्ज्ञानमस्याथ युक्त्या ब्रवीमि ॥

$$(४४)\ प्रकारेण\ कर्णगतिः=ताय\ \frac{\sqrt{क^२-इ^२,\ य^२}}{\sqrt{क^२-य^२}}$$

$$=\frac{क\sqrt{१-\frac{इ^२.\ य^२}{क^२}}}{क\sqrt{१-\frac{य^२}{क^२}}}\ ताय,\ अत्र\ यदि$$

$$\frac{य^२}{क^२}=र^२\ तदा\ \frac{य}{क}=र,\ तार\ =\ \frac{ताय}{क},\ ततः$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

$$\frac{\text{ताय. क}\sqrt{१-इ^२\cdot र^२}}{\text{क}\sqrt{१-र^२}} = \frac{\text{क. तार}\times\sqrt{१-इ^२. र^२}}{\sqrt{१-र^२}}$$

$$= \frac{\text{क तार}}{\sqrt{१-र^२}}\left(१-\frac{१}{२}इ^२. र^२-\frac{इ^४. र^४}{२.४}-\frac{३}{२.४.६}इ^६. र^६ \text{——}\right)$$

अतः

$$\text{कर्णमानम्}=\text{क}\int\frac{\text{तार}}{\sqrt{१-र^२}}-\frac{इ^२.\text{क}}{२}\int\frac{\text{तार}. र^२}{\sqrt{१-र^२}}$$

$$-\frac{\text{क}. इ^४}{२.४}\int\frac{\text{तार}. र^४}{\sqrt{१-र^२}}-\ldots\ldots+\text{स्थि}$$

अत्र पूर्वप्रकारेण

$$\int\frac{र^२.\text{तार}}{\sqrt{१-र^२}}\left.\begin{matrix}\text{शून्याद्र-}\\\text{पपर्यन्तम्}=र\end{matrix}\right\}=\frac{प}{२}\cdot\frac{१}{२}$$

$$\int\frac{र^४.\text{तार}}{\sqrt{१-र^२}}\ldots\ldots\ldots\Big\}=\frac{प}{२}\cdot\frac{१}{२}\cdot\frac{३}{४}$$

$$\int\frac{र^६.\text{तार}}{\sqrt{१-र^२}}\ldots\ldots\ldots\Big\}=\frac{प}{२}\cdot\frac{१}{२}\cdot\frac{३}{४}\cdot\frac{५}{६}\ \text{इत्यादि}$$

$$\int\frac{\text{तार}}{\sqrt{१-र^२}}\ldots\ldots\ldots\Big\}=\frac{प}{२}$$

अतो दीर्घवृत्तचतुर्थांशचापमानम्

$$=\text{क}\ \frac{प}{२}\left(१-\frac{इ^२}{२^२}-\frac{इ^४.३}{२^२.४^२}-\frac{३^२.५\ इ^६}{२^२.४^२.६^२}-\ldots\ldots\right)$$

अत्र यदि इ मानमत्यन्ताल्पम्, तदा स्वल्पान्तरात् दीर्घवृत्तपरिधिः

$$=२\ \text{क}.प\left(१-\frac{इ^२}{२^२}\right)$$

परन्तु $\frac{अ^२}{क^२}=१-इ^२\ \therefore\frac{इ^२}{४}=\frac{क^२-अ^२}{४क^२}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अतः

५५. निष्पत्तिखण्डकृतिहीनशशाङ्कनिघ्नो व्यासो महान् फलमितं परिकल्प्य धीमान् ।
व्यासं ततः परिधिरत्र भवेत् स एव स्याद् दीर्घवृत्तपरिधिर्व्यवहारसिद्धचै ॥

अथवा

$$\text{लव्या} = \text{वृव्या}\sqrt{१-\text{इ}^२} = \text{वृव्या}\left(१ - \frac{\text{इ}^२}{२}\right) \text{ यदि}$$

$$(\text{इ})\text{ स्वल्पम्, अतः} \frac{\text{लव्या}}{\text{वृव्या}} = १ - \frac{\text{इ}^२}{२}, \therefore \frac{\text{इ}^२}{४} = \frac{\text{वृव्या} - \text{लव्या}}{२\ \text{वृव्या}}$$

$$\text{ततः } १ - \frac{\text{इ}^२}{४} = \frac{\text{वृव्या} + \text{लव्या}}{२\ \text{वृव्या}} \text{ ततो दीर्घवृत्तपरिधिः}$$

$$= \text{प. वृव्या}\left(१ - \frac{\text{इ}^२}{४}\right) = \frac{\text{प}\ (\text{वृव्या} + \text{लव्या})}{२}$$

अतः

५६. व्यासयोर्योगखण्डेन तुल्यं व्यासं प्रकल्प्य वा ।
परिधिर्यस्स परिधिदीर्घवृत्तोद्भवो भवेत् ॥

$$(४४) \text{ प्रकारेण घनफलगतिः} = \text{प.} \frac{\text{अ}^२}{\text{क}^२} (\text{क}^२ - \text{य}^२)\ \text{ताय}$$

$$\therefore \text{घनफलम्} = \text{प} \frac{\text{अ}^२}{\text{क}^२} \left\{ \int \text{तायक}^२ - \int \text{ताय.य}^२ \right\} + \text{स्थि}$$

$$= \text{प.} \frac{\text{अ}^२}{\text{क}^२}\left(\text{य.क}^२ - \frac{\text{य}^३}{३}\right) + \text{स्थि अत्र यदि}$$

$$\text{य} = -\text{क तदा स्थि} = \frac{२\ \text{प.अ.क}^२}{३} \text{ अथ यदि य} = \text{क}$$

$$\text{तदा दीर्घवृत्तघनफलम्} = \text{प.} \frac{\text{अ}^२}{\text{क}^२}\left(\text{क}^३ - \frac{\text{क}^३}{३}\right) + \text{स्थि}$$

$$= \frac{२\ \text{प. अ}^२\text{.क}}{३} + \frac{२\text{प अ.}^२\text{क}}{३} = \frac{४\text{.प क. अ}^३}{३}$$

यदि लघुव्यासाक्षोपरि भ्रमणेन घनक्षेत्रं स्यात्, तदा तु घनफलगतिः = प.

$$\frac{\text{क}^३}{\text{अ}^२} (\text{अ}^३ - \text{र}^२).\ \text{तार}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

$$\therefore \text{घनफल} = \text{प}.\ \frac{\text{क}^2}{\text{अ}^2}\left(\int \text{तार}.\text{अ}^2 - \int \text{तार}.\ \text{र}.^2\right) + \text{स्थि}$$

$$= \text{प}.\ \frac{\text{क}^2}{\text{अ}^2}\left(\text{र}.\ \text{अ}^3 - \frac{\text{र}^3}{3}\right) + \text{स्थि}$$ अत्र यदि $\text{र} = -\text{अ}$

तदा

$$0 = \text{प}.\ \frac{\text{क}^2}{\text{अ}^2}\left(-\text{अ}^3 + \frac{\text{अ}^3}{3}\right) + \text{स्थि} \quad \therefore \text{स्थि} = 2\ \text{प}.\ \text{क}^2.\text{अ}$$

अथ यदि $\text{र} = \text{अ}$

तदा घनफलम् $= \frac{4\ \text{प अ}.\ \text{क}^2}{3}$

अथ पूर्वघनक्षेत्रस्य फलम् $= \frac{4.\ \text{प}.\ \text{क}}{3}.\text{अ}^2 = \frac{4\ \text{प}.\ \text{अ}^3.\ \text{क}}{3\text{अ}}$

अतः

१७. लघुव्यासवृत्तोद्भवं यत् फलं स्याद् घनाख्यं बृहद्व्यासनिघ्नं विभक्तम् ।
लघुव्यासमानेन लब्धं फलं स्याद् घनाख्यं सदा दीर्घवृत्तस्य विद्वन् ॥
एतद्विपरीतं लघुव्यासाक्षोपरि भ्रमणेन जातस्य घनक्षेत्रस्य फलं ज्ञेयमिति ।

अथ पूर्वप्रकारेण पृष्ठफलगतिः $= \frac{2\text{प}.\text{अ}}{\text{क}}\sqrt{\text{क}^2 - \text{इ}^2.\ \text{य}^2} \times \text{ताय}$

वा, $\text{पृग} = 2\ \text{प}.\ \text{अ}\sqrt{1 - \frac{\text{इ}^2.\ \text{य}}{\text{क}}} \times \text{ताय}$

ततः $\text{पृफ} = 2\ \text{प}.\ \text{अ} \int\sqrt{1 - \frac{\text{इ}^2.\ \text{य}}{\text{क}}} \times \text{ताय} =$

$$2\ \text{प}.\ \text{अ} \int \frac{\text{ताय} - \frac{\text{इ}^2.\text{य}}{\text{क}^2}\ \text{ताय}}{\sqrt{1 - \frac{\text{इ}^2.\ \text{य}^2}{\text{क}^2}}}$$

$$\text{वा, पृफ} = 2\ \text{प}.\ \text{अ}\left(\int \frac{\text{ताय}}{\sqrt{1 - \frac{\text{इ}^2.\ \text{य}^2}{\text{क}^2}}} - \int \frac{\text{ताय}.\frac{\text{इ}^2.\text{य}^2}{\text{क}^2}}{\sqrt{1 - \frac{\text{इ}^2.\text{य}}{\text{क}^2}}}\right) + \text{स्थि}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ततः पूर्वयुक्त्या

$$\int \frac{\text{ताय}}{\sqrt{१-\frac{\text{इ}^2\text{य}^2}{\text{क}^2}}} = \frac{\text{क}}{\text{इ}} \times \text{ज्या}^{-१}\frac{(\text{इय})}{\text{क}}, \quad \int \frac{\text{ताय}\frac{\text{इ}^2.\text{य}^2}{\text{क}^2}}{\sqrt{१-\frac{\text{इ}.^2\text{य}^2}{\text{क}^2}}}$$

$$= \frac{\text{क}}{\text{इ}}\left(-\frac{१\text{इय}}{२\text{क}}\sqrt{१-\frac{\text{इ}^2\text{य}^2}{\text{क}^2}} + \frac{१}{२}\text{ज्या}^{-१}\frac{\text{इ य}}{\text{क}}\right)$$

अतः

$$\text{पृफ} = \frac{\text{प.अ.क}}{\text{इ}}\left(\frac{\text{ज्या}^{-१}\text{इ य}}{\text{क}} + \frac{\text{इ य}}{\text{क}}\sqrt{१-\frac{\text{इ}^2\text{य}^2}{\text{क}^2}}\right) + \text{स्थि}$$

अत्र यदि य = − क तदा पृफ = ०

$$\text{अतस्तदा स्थि} = \frac{\text{प.अ क}}{\text{इ}}\left\{-\text{ज्या}^{-१}(-\text{इ}) + \text{इ}\sqrt{१-\text{इ}^2}\right\}$$

$$= \frac{\text{प. अ. क}}{\text{इ}}(\text{ज्या इ}^{-१} + \text{इ}\sqrt{१-\text{इ}^2})$$

अथ यदि य = क तदा समग्रपृष्ठफलम्

$$= २\frac{\text{प. अ. क}}{\text{इ}} \quad \text{ज्या}^{-१}\text{इ} + \text{इ}\sqrt{१-\text{इ}^2}$$

$$= \frac{२\ \text{प अ. क}}{\sqrt{१-\text{इ}^2}}\left(\frac{\text{ज्या}^{-१}\text{इ}}{\text{इ}}\sqrt{१-\text{इ}^2} + १ - \text{इ}^2\right)$$

$$= २\ \text{प. क}^2\left(\frac{\text{ज्या}^{-१}\text{इ}}{\text{इ}}\sqrt{१-\text{इ}^2} + १ - \text{इ}^2\right)$$

अतः

निष्पत्तिज्याधनुर्भक्तं निष्पत्त्या युक्तसंहतम् ।
निष्पत्तिवर्गहीनेन्दुपदेन गुणितं तथा ॥
बृहद्व्यासार्धवर्गेण द्विघ्नं व्यासं प्रकल्प्य तत् ।
परिधिस्तत्पृष्ठफलं दीर्घवृत्तभवं भवेत् ॥

अत्र यदि इ = ० तदा $\frac{\text{ज्या}^{-१}\text{इ}}{\text{इ}} = १$

अतस्तदा पृष्ठफलम् = २ प. क² (१ + १) = ४ प × क² = वृत्तपृष्ठफलम् ः अथ यदि लघुव्यासाक्षोपरि भ्रमणेन क्षेत्रं स्यात्तदा भुज एव कोटिः स्यात्, अतस्तदा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

$$पृफग = २ पय = \frac{\sqrt{क - इ^{२} य^{२}}}{क^{२} - य} \times ताय$$

$$\sqrt{क^{२} - य^{२}} = स \quad \therefore \frac{तास}{ताय} = - \frac{य}{\sqrt{क^{२} - य^{२}}}$$

अथ, $\frac{पृग}{ताय} = २ प. \; य \; \frac{\sqrt{क^{२} - इ . य^{२}}}{क^{२} - य^{२}}$

$$\therefore \frac{पृग}{तास} = - २ प. \sqrt{क^{२} - इ^{२}.य^{२}}$$

$$= -२इप \frac{\sqrt{क^{२} - क^{२} + क^{२} - य^{२}}}{इ^{२}} = - २इप \sqrt{\frac{क^{२} - इ^{२}.क^{२}}{इ^{२}} + स^{२}}$$

अत्र, $\frac{क^{२} - इ^{२}.क^{२}}{इ^{२}} = \frac{अ^{२}}{इ^{२}} = ग^{२}$

$\therefore \frac{पृग}{तास} = २ इ.प \sqrt{ग^{२} + स^{२}}$ अथ यदि $\sqrt{ग^{२} + स^{२}} = स. ह$

तदा $स^{२} = \frac{ग^{२}}{ह^{२} - १} \therefore \frac{२ स. तास}{ताह} = - \frac{२ ग^{२}.ह}{(ह^{२} - १)^{२}}$

तत। $\frac{स \; तास}{ताह} = \frac{- ह. ग^{२}}{(ह^{२} - १)(ह^{२} - १)} = \frac{- ह.स^{२}}{ह^{२} - १} \therefore \frac{तास}{ताह} = \frac{- ह \; स}{ह^{२} - १}$

अतः $\frac{पृग}{तास} \times \frac{तास}{ताह} = \frac{पृग}{ताह} = - २ इ प \times स.ह \times \frac{- ह \; स}{ह^{२} - १}$

$= \frac{२ इ.प.स^{२}.ह^{२}}{ह^{२} - १} = \frac{२इ.प.ग^{२}.ह^{२}}{(ह^{२} - १)^{२}} \therefore पृफ = २ \; इ.प.ग^{२} \int \frac{ह^{२}. \; ताह}{(ह^{२} - १)^{२}}$

परन्तु

$\int \frac{ताह. \; ह^{२}}{(ह - १)^{२}} = \int ह \; \frac{ह. \; ताह}{(ह^{२} - १)^{२}}$ अत्र (३२) प्रकारेण

$ह = च \; \therefore ताह = ताच$ तथा $ताज = \frac{ह. \; ताह}{(ह^{२} - १)^{२}} = ताह.ह \; (ह^{२} - १) - २$

$\therefore ज = \int ताह.ह \; (ह^{२} - १) - २ = \frac{१}{२} \times - १ \; (ह^{२} - १)^{-१} = \frac{- १}{२ (ह^{२} - १)}$

$\therefore \int च \times ताग \; (ज) = \int \frac{ताह. \; ह^{२}}{(ह^{२} - १)^{२}} = \frac{- ह}{२(ह^{२} - १)^{२}} + \int \frac{ताह}{२ \; (ह^{२} - १)}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$= \frac{१}{२} \left\{ \frac{-ह}{ह^२ - १} + \int \frac{ताह}{ह^२ - १} \right\}$ परन्तु $\int \frac{ताह}{ह^२ - १} = \frac{१}{२} \int \left(\frac{ताह}{ह-१} - \frac{ताह}{ह+१} \right)$

$\therefore \int \frac{ताह}{ह^२ - १} = \frac{१}{२} \left\{ -ल_इ (ह-१) + ल_इ (ह+१) \right\} = \frac{१}{२} ल_इ \left(\frac{ह+१}{ह-१} \right)$

$पृफ = २ इ प.ग^२ \int \frac{ह^२. ताह}{ह^२ - १.^२} = \frac{१}{२} \left\{ \frac{-ह}{ह^२ - १} + ल_इ \sqrt{\frac{ह+१}{ह-१}} \right\} २इ.प.ग^२$

अथ, $ह = \frac{\sqrt{ग^२ + स^२}}{स}$, $ह^२ - १ = \frac{ग^२}{स^२}$,

$ह - १ = \frac{\sqrt{ग^२ + स^२} - स}{स}$, $ह + १ = \frac{स + \sqrt{ग^२ + स^२}}{स}$

ततः पृफ = स्थि –

$इ. प \left\{ स \sqrt{ग^२ + स^२} + ल_इ \sqrt{\frac{स + \sqrt{ग^२ \quad स^२}}{\sqrt{ग^२ + स^२} - स}} ग^२ \right\}$

$= स्थि - इ. प \left\{ स \sqrt{ग^२ + स^२} \right.$

$\left. + ग^२. ल_इ \sqrt{\frac{(स + \sqrt{ग^२ + स^२})^२}{(\sqrt{ग^२ + स^२} - स)(\sqrt{ग + ^२स^२} + स)}} \right\}$

$= स्थि - इप [स\sqrt{ग^२ + स^२} + ग^२. ल_इ (स + \sqrt{ग^२ + स^२} - ल_इ ग)]$

अत्र $ल_इ ग$ = स्थिरसंख्या $\therefore$ $ग^२. ल_इ ग$ = स्थि. सं

तथा, स्थि + इ प. $ग^२. ल_इ ग$ = अस्थि

अतः

$पृफ = स्थि - इ प [स\sqrt{ग^२ + स^२} + ग^२. ल_इ (स + \sqrt{ग^२ + स^२})]$

अथ यदि य = ०, तदा पृफ = ०, स = क

$\therefore$ $स्थि = इ. प [क\sqrt{ग^२ + क^२} + ग^२. ल_इ (क + \sqrt{ग^२ + क^२})]$

यदि य = क, तदा पृफ = $\frac{१}{२}$ दीर्घपृफ, स = ०

$\therefore$ $\frac{१}{२}$ दीर्घपृफ = $इ. प [क\sqrt{ग^२ + क^२} + ग^२. ल_इ (क + \sqrt{ग^२ + क^२})$

$- ग^२. ल_इ ग]$

ततः दीर्घपृफ = $२इ. प \left\{ क \sqrt{ग^२ + क^२} \right.$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

$$+ग^२ . ल_इ \left(\frac{क + \sqrt{य^२ + ग^२}}{ग} \right) \Bigg\}$$

$$ग^२ = \frac{अ^२}{इ^२} \therefore \text{ दीर्घपृफ} = २ इप \Bigg\{ \frac{क}{इ} \sqrt{अ^२ + इ^२ . क^२}$$

$$+ग^२ . ल_इ \left(\frac{\frac{क + \sqrt{अ^२ + इ^२ . क^२}}{इ^२}}{\frac{अ}{इ}} \right) \Bigg\}$$

$$= २ इ प \left\{ \frac{क^२}{इ} + \frac{अ^२}{इ^२} \left(\frac{क + \frac{क}{इ}}{\frac{अ}{इ}} \right) ल_इ \right\}$$

$$= २ इ प \left\{ \frac{क^२}{इ} + \frac{अ^२}{इ^२} ल_इ \left(\frac{क + \frac{क}{इ}}{\frac{क}{इ} \sqrt{१ - इ^२}} \right) \right\}$$

$$= २ इ प \left\{ \frac{क^२}{इ} + \frac{क^२ (१ - इ^२)}{इ^२} ल_इ \left(\frac{\frac{क}{इ} (इ + १)}{\frac{क}{इ} \sqrt{१ + इ} \sqrt{१ - इ}} \right) \right\}$$

$$= २प.क^२ \left\{ १ + \left(\frac{१ - इ^२}{इ} \right) \times \frac{१}{२} ल_इ \left(\frac{१ + इ}{१ - इ} \right) \right\}$$

$$= २प.क^२ \left\{ १ + \left(\frac{१ - इ^२}{२इ^२} \right) ल_इ \left(\frac{१ + इ}{१ - इ} \right) \right\}$$

अतः

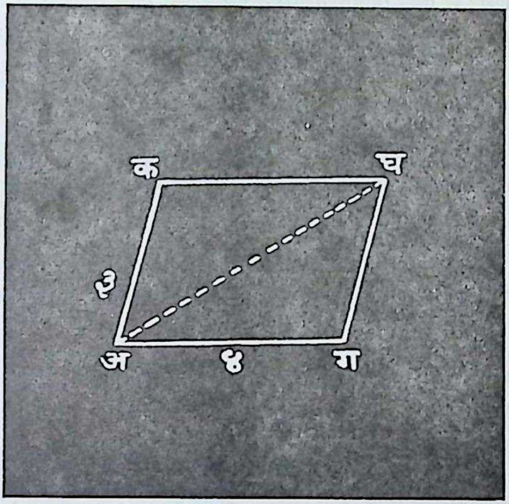
रूपोननिष्पत्तिहृतं सेन्दुनिष्पत्तिसंज्ञकम् ।
द्विघ्ननिष्पत्तिभक्तं तल्लघुरिक्थं हतं तथा ॥
निष्पत्तिवर्गहीनेन्दुमानेनेन्दुयुतं हतम् ।
बृहद्व्यासार्धवर्गेण द्विघ्नं व्यासं प्रकल्प्य तत् ॥
परिधिर्दीर्घवृत्तस्य पृष्ठजं स्यात् फलं ध्रुवम् ।
तस्य यल्लघुविष्कम्भसमन्ताद् भ्रमणोद्भवम् ॥

अथ दीर्घवृत्तप्रकाराणां व्याप्तिदर्शनाय कतिपयसिद्धान्ता उदाहरणरूपा कथ्यन्ते ।

यदि केनचिद् बलेन (अ) पदार्थः (अक दिशि) एकस्मिन् पले हस्तत्रयं गच्छेत् तथा केनाप्यन्यबलेन (अग दिशि) एकस्मिन्नेव पले हस्तचतुष्टयम् ।

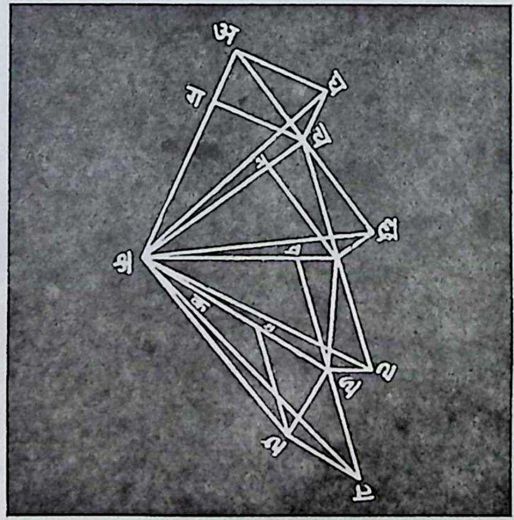
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



चित्रम् २६

तदा अ क ग घ समानान्तरचतुर्भुजस्य अ घ कर्णरेखामितहस्तान् (अ) पदार्थः एकस्मिन् पले याति युगपद्बलद्वयाघातेन (अ घ दिशि) इत्यसकृद्बुद्धिमद्भिर्नवीनैः परीक्षया निश्चितं कृतमस्त्यतोऽत्रोपलब्धिरेव वासनाऽतिरमणीया।



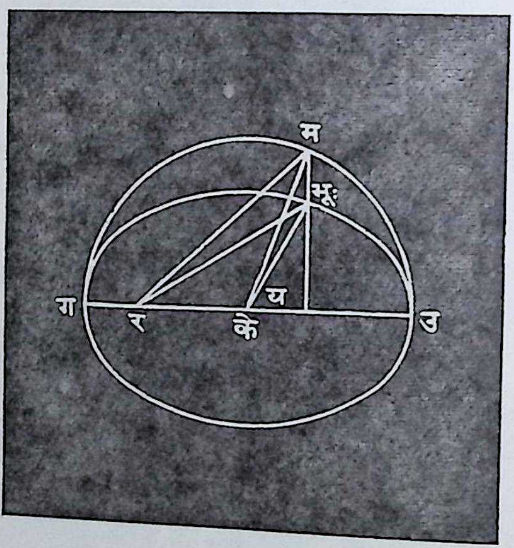
चित्रम् २७

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fundi

अथ कल्प्यते अ एको बिन्दुर्यस्यैकस्मिन् पले सरला गतिः अ घ समा, परन्तु तस्याकर्षणं क बिन्दुस्तस्मिन्नेव काले अ ग समं करोति, तदा पूर्वयुक्त्या अ बिन्दुः च स्थाने यास्यति तथा अ ग रेखा च घ समान्तरा, तेन अ क घ, अ क च द्वे त्रिभुजे मिथस्तुल्ये जाते। अथ यदि च स्थाने क बिन्दोराकर्षणं नैव भवेत्, तदा च विन्दोः अ च मार्गे अ च तुल्या च छ मिता गतिः स्यात्, परन्तु कबिन्द्वाकर्षणेन च न मितेन च बिन्दुः ज स्थाने यास्यति, तदा पूर्वयुक्त्या क च छ, क च ज त्रिभुजे मिथः समे जाते, परन्तु क च छ त्रिभुजं क अ च त्रिभुजसमम्, तेन क अ च, क च ज त्रिभुजेऽपि मिथः समाने। अनया युक्त्या क अ च, क च ज, क ज ड, क ड द त्रिभुजानि सर्वाणि मिथः समानानि भविष्यन्ति, अ बिन्दोर्भ्रमणं तु अ च ज ड द वक्ररेखायां स्यात्, तेन नियतबिन्दुकर्षणेन स्वगत्या च कोऽपि बिन्दुर्वक्ररेखायां भ्रमति समानकाले समानक्षेत्रफलं चोत्पादयतीति सिद्धयति।

अथ कल्प्यते र = रविः यस्याकर्षणाद् भूभ्रमणं दीर्घवृत्ते जातं तद्दीर्घवृत्ते भूस्थान-



चित्रम् २८

मिष्टकाले भूः, तदा $\dfrac{\text{दीफ}}{\triangle \text{उ र भू}} = \dfrac{\text{मका}}{\text{इका}}$ परन्तु

दीर्घवृत्तलक्षणेभ्यः $\dfrac{\text{दीफ}}{\triangle \text{उ र भू}} = \dfrac{\text{वृ. उ म ग}}{\text{उ म र}} = \dfrac{\text{प. अ}^{२}}{\text{उ म र}} =$

$\dfrac{\text{२ प अ}^{२}}{\text{अ}^{२}\text{. य} + \text{अ}^{२}\text{ ज्याय. इ}}$ अत्र, प=३. १४१५।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

... In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ततः $\frac{२ प.}{य + इ. ज्याय} = \frac{मका}{इका}$ वा, $\frac{२ प इका}{मका} =$ य + इ ज्याय

= के, य = के − इ. ज्याय अत्र प्राचीनैस्तु इ मानस्य स्वल्पत्वात् स्वल्पान्तरात् इ. ज्याय इदं त्यक्तं तेन य = के अतो ग्रहाः उमगवृत्ते भ्रमन्ति समानवेगेनेति प्राचोनोक्तिः सिद्धयति ।

अत्र रम = $\sqrt{अ^२. ज्याय^२ + (अ. इ + अ कोज्याय)^२}$

= अ$\sqrt{ज्या^२य + (इ + कोज्याय)^२}$ = अ कर्णं ततः ज्या < र म के = ज्याफ

$= \frac{ज्याय. अ. इ}{अ. क} = \frac{इ ज्याय}{क}$

अथ वास्तवफलज्ञानार्थं पूर्वसमीकरणे

य = के − इ. ज्याय अस्मिन् प्रथमं कल्प्यते के = य, तदा य = के − इ ज्याके पुनरेतन्मानं गृहीत्वा पूर्वोक्तसमीकरणे समुत्थाप्यासकृद्विधिना य मानं विज्ञाय ततो यथावत् फलमानं बोध्यमिति ।

अथ वा य मानार्थं पूर्वोक्ततात्कालिकगतिसाधकविधिसाहाय्येन एकां श्रेढ़ीमुत्पादयिष्ये । कल्प्यते—

स = फ (र), च वृद्धौ स स्वरूपम्

सं = फ (र) + वच + $व_१ \frac{च^२}{२} + व_२. \frac{च^३}{२.३}$ + ...

अनयोरन्तरं च भक्तं ततः च मानस्य शून्येनोत्थापने कृते

$\frac{तास}{तार}$ = व एवं $व_२ = \frac{ता^२स}{ता^२र}$ इत्यादि भविष्यति ।

अथ, यदि ह + य. फ (र) = र एवं समीकरणं भवेत् यत्र ह स्वतन्त्रो राशिः य राश्यपेक्षया, तथा कल्प्यते स = फि (र) तदा पूर्वप्रकारेण

$स = व_० + व_१ य + व_२ \frac{य^२}{२} + व_३ \frac{य^३}{२.३}$ + ...यत्र

$व_० = स$ $व_१ = \frac{तास}{ताय}$, $व_२ = \frac{ता^२स}{ताय^२}$ इत्यादि यदि य=०,

प्रथमं यदि य = ० तदा र = ह ∴ फि (र) = फि (ह) = $व_०$

अथ $\frac{तास}{ताय} = \frac{तास तार}{ताय.तार}$ तथा $\frac{तास}{ताह} = \frac{तास.तार}{तार.ताह}$

परन्तु $\frac{तार}{ताय}$ = य फं (र)$\frac{तार}{ताय}$ + फ (र) यत्र फं (र) = $\frac{ताफ (र)}{तार}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fund

$$\therefore \frac{तार}{ताय} = \frac{फ(र)}{१ - य फं(र)},$$

$$\frac{तार}{ताह} = १ + य. फं(र) \frac{तार}{ताह} \therefore \frac{तार}{ताह} = \frac{१}{१ - य. फं(र)}$$

$$\therefore \frac{तार}{ताय} = \frac{फ(र)}{१-य फं(र)} = फ(र)\frac{तार}{ताह}$$

$$\therefore \frac{तास}{ताय} = \frac{तार}{ताय} \times \frac{तास}{तार} = फ(र)\frac{तार}{ताह} \times \frac{तास}{तार} = फ(र)\frac{तास}{ताह}$$, पुनर्यदि य=०

तदा $व_१ = फ(ह) \frac{ताफि(ह)}{ताह}$,

पुनः $फ(र \frac{तास}{ताह} = \frac{तास}{ताय} = \frac{तास_१}{ताह}$

$$\therefore \frac{ता^२स}{ताय^२} = \frac{ता^२स_१}{ताह.ताय} = \frac{ता\left(\frac{तास_१}{ताय}\right)}{ताह}$$

अथ च $फ(र \frac{तास}{ताय} = \frac{तास_१}{ताय} \therefore \frac{ता\left(\frac{तास_१}{ताय}\right)}{ताह}$

$$= \frac{ता\left\{फ(र \frac{तास_१}{ताह}\right\}}{ताह} = \frac{ता\left\{[फ(र)]^२ \frac{तास}{ताह}\right\}}{ताह}$$ पुनः य =

$$तदा\ व_२ = \frac{ता\left\{[फ(ह)]^२. \frac{ताफिह}{ताह}\right\}}{ताह}$$

एवं $व_३$ इत्यादिमानानि ज्ञेयानि

$व_३$ इत्यादिज्ञानाय सामान्यरीतिश्च प्रदर्श्यते, कल्प्यताम्

$$\frac{(ता^{न-१}स)}{ताय^{न-१}} = \frac{ता^{न-२}\left\{[फ(र)]^{न-१} \frac{तास}{ताह}\right\}}{ताह^{न-२}}$$ तथा

$$\frac{तास}{ताय} = [फ(र)]^{न-१} \frac{तास}{ताह} = \frac{तास_{न-१}}{ताह} \therefore \frac{ता^{न-१}स}{ताय^{न-१}}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$= \frac{ता^{न-१} स_{न-१}}{ताह^{न-१}}$$

$$\therefore \frac{ता^{न} स}{ताय^{न}} = \frac{ता^{न} स_{न-१}}{ताय \cdot ताह^{न-१}} = \frac{ता^{न-१}}{ताह^{न-१}} \left\{ \frac{तास_{न-१}}{ताय} \right.$$

$$= \frac{ता^{न-१} \left\{ [फ (र)]^{न-१} \quad \frac{तास_{न-१}}{ताह} \right.}{ताह^{न-१}} \Bigg\} \text{ परन्तु पूर्वं}$$

$$\frac{तास}{ताय} = फ (र) \frac{तास}{ताह}$$

$$\therefore \frac{ता^{न-१} \left\{ फ (र))^{न} \frac{तास}{ताह} \right\}}{ताह^{न-१}} = \frac{ता^{न} स}{ताय^{न}}$$

$$\text{ततः } व_{न} = \frac{ता^{न-१}}{ताह^{न-१}} \left\{ [फ (ह)]^{न} . \frac{फि ह)}{ताह} \right\}$$

अतो यदि पूर्वसमीकरणं न – १ एतदर्थं समोचीनं तदा न एतदर्थमपि समीचीनं भवति, परन्तु यदि न – १ = १ तदा पूर्वयुक्त्या समोकरणं वास्तवं जातमतः न = २ एतदर्थमपि वास्तवं भविष्यत्येवमग्रेऽपि बोध्यमतः सर्वदा यथार्थमेव कल्पितसमीकरणम् ।

ततः

$$स = फि\ ह) + [फ (ह) . हं] . \frac{य}{१} + \frac{ता \{ [फ (ह)]^{२} . हं \}}{ताह} . \frac{य^{२}}{१\ २}$$

$$+ \frac{ता^{२} \{ [फ\ ह)]^{३} . हं \}}{ताह^{२}} . \frac{य^{३}}{१\ २.३} + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{ता^{न} - १ \{ [फ\ ह]^{२} . हं \}}{ताह^{न-२}} . \frac{य^{न}}{१.२\ ३.न}$$

इति सिद्धयति, अत्र $हं = \frac{ताफि\ ह}{ताह}$

अयं सिद्धान्तो ल्याग्रयांजनाम्ना गणकेन निःसारितः ।

अथास्मिन् समीकरणे य = के – इ. ज्याय, क० य = ल

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fu

तदा ल = के − इ. ज्याय अत्र − इ = य के = ह, ज्याल = फ (ल) = फ (र)

स = ल = र

$$\text{अह } \text{ह}' = \frac{\text{ता फि (ह}}{\text{ताह}} = १ \therefore \text{ फि (ह)} = \text{ह ततः}$$

$$\text{स=ल=के-ज्याके. इ+ज्या २के } \frac{\text{इ}^२}{१.२} - \frac{\text{इ}^३}{८} \text{ (३ ज्या ३ के–ज्याके)}$$

$$+ \frac{\text{इ}^४}{६} \text{ (२ ज्या ४ के-ज्या २ के)} \ldots\ldots\ldots$$

एवं य मानज्ञानार्थं श्रेढ़ी जाता ।

अथ यदि ज्याय = य + अ. $\text{य}^२$ + $\text{अ}_१$ $\text{य}^३$ + $\text{अ}_२$ $\text{य}^४$ + ...इ० कल्प्यते,

तदा तत्कालगत्या कोज्याय=१ + २ अ य + ३ $\text{अ}_१$ $\text{य}^२$ + ...

–ज्याय = २ अ + २. ३ $\text{अ}_१$ य + ...

∴ २अ + २. ३$\text{अ}_१$ य + ... = –य-अ $\text{य}^२$–$\text{अ}_१$ $\text{य}^३$–........

ततः पूर्वसिद्धान्तेन

$$\text{२ अ=०, २.३ अ}_१ = -१ \therefore \text{अ}_१ = \frac{१}{२.३} \text{ इत्यादि भवेत्,}$$

$$\text{अतः ज्याय} = \text{य} - \frac{\text{य}^३}{२.३} + \frac{\text{य}^५}{२.३.४.५} - \frac{\text{य}^७}{२.३.४.५.६.७} + \ldots$$

$$\text{कोज्याय} = १ - \frac{\text{य}^२}{२} + \frac{\text{य}^४}{२.२.४} - \frac{\text{य}^६}{२.३.४.५.६} + \ldots\ldots\ldots$$

परन्तु लघुरिक्थसाधने

$$\text{इ}^{\text{य}} = १ + \text{य} + \frac{\text{य}^२}{२} + \frac{\text{य}^३}{२.३} + \ldots\ldots\ldots$$

अत्र यदि य = य$\sqrt{-१}$ = यl वा य = – यl,

तदा

$$\text{इ}^{\text{य}l} = १ + \text{य}l - \frac{\text{य}^२}{२} - \frac{\text{य}^३ l}{२.३} + \frac{\text{य}^४}{२.२.४} + \ldots\ldots\ldots$$

$$\text{इ}^{-\text{य}l} = १ - \text{य}l \cdot \frac{\text{य}^२}{२} + \frac{\text{य}^३ l}{२.३} + \frac{\text{य}^४}{२.३.४} -$$

$$\frac{\text{इ}^{\text{य}l} - \text{इ}^{-\text{य}l}}{२l} = \text{य} - \frac{\text{य}^२}{२.३} + \frac{\text{य}^५}{२.३.४.६} - \frac{\text{य}^७}{२.३.४.५.६.७} + \ldots$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$= \text{ज्याय, एवं } \frac{इ^{यl} + इ^{-यl}}{२} = १ - \frac{य^२}{२} + \frac{य^४}{२\cdot३\cdot४} - \frac{य^६}{२\cdot३\cdot४\cdot५\cdot६} + \cdots = \text{कोज्याय}$

$$स्पय = \frac{इ^{यl} - इ^{-यl}}{l(इ^{यl} + इ^{-यl})} = \frac{इ^{२यl} - १}{l(इ^{२यl} + १)},$$

पुनरपि यदि ज्याय = न.ज्या (य + अ), तदा पूर्वयुक्त्या

$$इ^{यl} - इ^{-यl} = न\ (इ^{(य+अ)l} - इ^{-(य+अ)l})$$

अतः $\quad इ^{२यl} - १ = न \left\{ इ^{(२य+अ)l} - इ^{-अl} \right\}$

वा $\quad इ^{२यl}(१ - न\, इ^{अl}) = १ - इ^{-अl}$

ततः $\quad इ^{२यl} = \dfrac{१ - न\, इ^{-अl}}{१ - न\, इ^{अl}}$

ततो द्वयोर्लघुरिक्थग्रहणेन

$$२यl = न\ (इ^{अl} - इ^{-अl}) + \frac{न^२}{२}(इ^{२अl} - इ^{-२अl})$$

$$+ \frac{न^३}{३}(इ^{३अl} - इ^{-३अl}) + \cdots\cdots$$

$- २l$ अनेन भक्तेन

$$य = न.ज्याअ + \frac{न^२}{२} ज्या\ २\ अ + \frac{न^३}{३} ज्या\ ३\ अ + \cdots\cdots$$

इदं समीकरणं दृग्लम्बनादिज्ञानार्थमतीवोपयुक्तम् ।

अथ यदि स्पय = न. स्पर एवं समीकरणं भवेत्, यत्र य मानं श्रेढ्यां न र जनितायाम भीष्टम्, तदा पूर्वोक्त्या

$$\frac{इ^{२यl} - १}{इ^{२यl} + १} = न.\ \frac{इ^{२रl} - १}{इ^{२रl} + १}, \text{ पक्षयो रूपयोजनेन}$$

जातं $\dfrac{२इ^{२यl}}{इ^{२यl} + १} = \dfrac{इ^{२रl}(१ + न) + १ - न}{इ^{२रl} + १}$, रूपाद्वियोजनेन

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fu

जातं $\frac{\text{२}}{\text{इ}^{\text{२य}l}+\text{१}} = \frac{\text{इ}^{\text{२र}l}(\text{१}-\text{न})+\text{१}+\text{न}}{\text{इ}^{\text{२र}l}+\text{१}}$ मिथो भजनेन

जातं $\text{इ}^{\text{२य}l} = \frac{\text{इ}^{\text{२र}l}(\text{१}+\text{न})+\text{१}-\text{न}}{\text{इ}^{\text{२र}l}(\text{१}-\text{न})+\text{१}+\text{न}} = \frac{\text{इ}^{\text{२र}l}+\text{म}}{\text{म}.\,\text{इ}^{\text{२र}l}+\text{१}}$ अत्र

$\text{म} = \frac{\text{१}-\text{न}}{\text{१}+\text{न}}$ वा, $\text{इ}^{\text{२य}l} = \text{इ}.^{\text{२र}l}\,\frac{\text{१}+\text{म}.\,\text{इ}^{\text{२र}l}}{\text{१}+\text{म}.\,\text{इ}^{\text{२र}l}}$ पक्षयोर्लघुरिक्थेन

जातं $\text{२य}l = \text{२र}l = \text{ल}_{\text{इ}}\,(\text{१}+\text{म}.\,\text{इ}^{-\text{२र}l}) - \text{ल}_{\text{इ}}\,(\text{१}+\text{म}.\,\text{इ}^{\text{२र}l})$

$= \text{२र}l - \text{म}\,(\text{इ}^{\text{२र}l} - \text{इ}^{-\text{२र}l}) + \frac{\text{म}^{2}}{\text{२}}\,(\text{इ}^{\text{४र}l} - \text{इ}^{-\text{४र}l})$ —…………

अतः $\text{य} = \text{र} - \text{म}.\ \text{ज्या}\ \text{२र} + \frac{\text{म}^{2}}{\text{२}}.\ \text{ज्या}\ \text{४र} - \frac{\text{म}^{3}}{\text{३}}\ \text{ज्या}\ \text{६}\ \text{र} + \cdots\cdots$

[1]इदं समीकरणं दीर्घवृत्ते स्पष्टग्रहार्थं फलादिसाधनेषु महदुपयुक्तमिति ।

अथ कल्प्यते क्ष नियतबिन्दुर्यदाकर्षणेन कबिन्दुर्वक्रक्षेत्रे भ्रमति (अक = स, <अ = ल), तदा ज्योत्पत्त्या य = स. कोज्याल, र = स. ज्याल पूर्वविधिम्य।

---

१. यथा स्प $\frac{1}{2}$ स्पके $= \sqrt{\left(\frac{\text{१}+\text{इ}}{\text{१}-\text{इ}}\right)}$ स्प $\frac{1}{2}$ स ततः स्प के = स − २ म. ज्यास

$+ \frac{\text{म}^{2}}{\text{२}}$ ज्या २ स − $\frac{\text{२म}}{\text{३}}$. ज्या ३ स + ……………

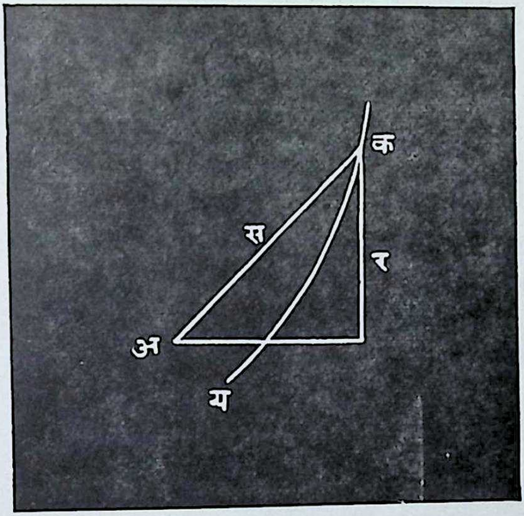
अत्र $\text{न} = \sqrt{\frac{\text{१}+\text{इ}}{\text{१}-\text{इ}}}$ ततो म मानं ज्ञेयम्

ततोऽस्मिन् समीकरणे ल्याग्रयांजसिद्धान्तेन स, ज्यास, ज्या२स एतेषां मानानि विज्ञायोत्थापने मध्यमकेन्द्रेण स्पके = के + (२इ − $\frac{1}{4}$इ^{3}) ज्याके + $\frac{5}{4}$इ^{2} ज्या२के + $\frac{13}{12}$इ^{3} ज्या३के + …………

वा, स्पके − के = मंफ = २ इ. ज्याके स्वल्पान्तरात् अत्र २इ रूपव्यासार्धे परममन्दफलज्या, अतो विना कर्णानयनेनैव पूर्वैः फलं साधितं कर्णानयनेन मन्दफलमस्मादपि स्थूलं भवतीति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



चित्रम् २९

$$\frac{\text{ताय}}{\text{ताका}} = \text{कोज्याल}\ \frac{\text{तास}}{\text{ताका}} - \text{स. ज्याल}\frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}$$

$$\text{एवं}\ \frac{\text{तार}}{\text{ताका}} = \text{ज्याल}\ \frac{\text{तास}}{\text{ताका}} + \text{स. कोज्याल}\ \frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}$$

$$\text{ततः ज्याल}\ \frac{\text{ताय}}{\text{ताका}} = \text{ज्याल. कोज्याल}\ \frac{\text{तास}}{\text{ताका}} - \text{स. ज्याल}^{२}\ \frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}$$

$$\text{कोज्याल}\ \frac{\text{तार}}{\text{ताका}} = \text{ज्याल. कोज्याल}\ \frac{\text{तास}}{\text{ताका}} + \text{स. कोज्या}^{२}\text{ल}\ \frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}$$

$$\text{अतः कोज्याल}\frac{\text{तार}}{\text{ताका}} - \text{ज्याल}\frac{\text{ताय}}{\text{ताका}} = \text{स}\ \frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}$$

$$\text{एवं ज्याल}\frac{\text{तार}}{\text{ताका}} + \text{कोज्याल}\ \frac{\text{ताय}}{\text{ताका}} = \frac{\text{तास}}{\text{ताका}}$$

$$\frac{\text{ता}^{२}\text{य}}{\text{ताका}^{२}} = \text{कोज्याल}\ \left\{\frac{\text{ता}^{२}\text{स}}{\text{ताका}^{२}} - \text{स}\left(\frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}\right)^{२}\right\}$$

$$- \text{ज्याल}\ \left(२\frac{\text{तास ताल}}{\text{ताका. ताका}} + \text{स}\frac{\text{ता}^{२}\text{ल}}{\text{ताका}^{२}}\right)$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Fu

$$\text{तथैव } \frac{\text{ता}^2\text{र}}{\text{ताका}^2} = \text{ज्याल} \left\{\frac{\text{ता स}}{\text{ताका}^2} - \text{स}\left(\frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}\right)^2\right\}$$

$$+ \text{कोज्याल.} \left(2\frac{\text{तास. ताल}}{\text{ताका. ताका}} + \text{स } \frac{\text{ता}^2\text{ल}}{\text{ताका}^2}\right)$$

$$\text{ततः } \frac{\text{ता}^2\text{र}}{\text{ताका}^2}\text{ ज्याल} + \frac{\text{ता}^2\text{य}}{\text{ताका}^2}\text{ कोज्याल} = \frac{\text{ता}^2\text{स}}{\text{ताका}^2} - \text{स}\left(\frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}\right)^2$$

$$\text{एवं } \frac{\text{ता}^2\text{र}}{\text{ताका}^2}\text{कोज्याल} - \frac{\text{ता}^2\text{य}}{\text{ताका}^2}\text{ज्याल} = 2\frac{\text{तास}}{\text{ताका}}\cdot\frac{\text{ताल}}{\text{ताका}} + \text{स }\frac{\text{ता}^2\text{ल}}{\text{ताका}^2}$$

$$= \frac{1}{\text{स}} \times \frac{\text{ता}}{\text{ताका}}\left(\text{स} \cdot \frac{\text{ताल}}{\text{ताका}}\right)$$

एतत्सर्वं चन्द्रस्पष्टीकरणे महदुपयुक्तमतोऽवश्यमेप सम्यग् ज्ञेयमिति ।

अथ यदि गमनवलवेग = फ एकस्मिन् पले कस्यापि स्यात् तदेष्टकाले फ. इका ततो गमनारम्भात् तस्य गमनमितिः=स = $\frac{\text{फ}}{2}$ इका^{2}

ततः $\frac{\text{तास}}{\text{ताका}} = 2\frac{\text{फ}}{2}$. इका पुनः $\frac{\text{तास}^2}{\text{ताका}^2}$ = फ, अतो गमनगतेस्तात्कालिकगमनगतिः कालगतिवर्गभक्ता गमनवृद्धेर्ह्रासस्य वा मानं भवेदिति सिद्धयतीति परिश्रमेण छात्रैरधीत्याभ्यसनीयं सर्वत्र महदुपयुक्तत्वात् । तथैतदभ्यासिदर्शनाय मत्कल्पितः प्रश्नः —

चेदुच्चतो भवति चन्द्रगतिस्तदूर्ध्वे खाभ्रेन्दुयोजनमितैकपलेऽथ धात्री ।
अभ्रेषु योजनमितेन बलेन चन्द्रं चन्द्रोद्भवश्रुतिदशाधिकहीनितेन ॥ १ ॥
कर्षत्यहो गणक तर्हि पुनस्तदुच्चस्थानं विधुः कथय यास्यति भूप्रयोगात् ।
शीघ्रं कियत्समयतो यदि गोलविद्या जागर्त्ति ते हृदि सदा सकलाङ्गविद्या ॥ २ ॥

भू ———————— उ > ——— च

अत्र कल्प्यते इष्टकाले चन्द्रस्थानं = च, भू उ = अ, भू च = य, ५० = क, १०० = ग,

तदा च स्थाने भुवो बलवृद्धिः = $\frac{\text{क य}}{\text{अ}}$ = इ. य, इ = $\frac{\text{क}}{\text{अ}}$ यदि शराग्रगमने धनमानम्, तदा पूर्वसमीकरणेन

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

…ublic Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\frac{\text{ताय}^2}{\text{ताका}^2} = -\text{ इय } \therefore \frac{\text{ता}^2\text{य}}{\text{ताका}^2} + \text{इ. य} = 0$$

२ताय अनेन गुणनेन

$$2\ \frac{\text{ता}^2\text{य}}{1} \cdot \frac{\text{ताय}}{\text{ताका}^2} + 2\text{इ ताय. य} = 0$$

$$\int \left(2\text{ता}^2\text{य}\frac{\text{ताय}}{\text{ताका}^2} + 2\text{इ ताय. य}\right) = \left(\frac{\text{ताय}}{\text{ताका}}\right)^2 + \text{इ. य}^2 = \text{घ} = \text{इ. ज}$$

$$\therefore \left(\frac{\text{ताय}}{\text{ताका}}\right)^2 = \text{इ (ज} - \text{य}^2) \text{ ततः } \frac{\text{ताका}}{\text{ताय}} = \frac{-1}{\sqrt{\text{इ}}\sqrt{(\text{ज य}^2)}}$$

$$\int \text{ताका} = \int \frac{-\text{ताय}}{\sqrt{\text{इ}}\,(\sqrt{\text{ज}^2 - \text{य}^2})} \text{पूर्वविधिना का}\sqrt{\text{इ}}$$

$$= \text{कोज्या}^{-1}\frac{\text{य}}{\text{ज}} - \text{व ज्याविधिना कोज्या का }\sqrt{\text{इ}+\text{व}},\ \text{ज=य}\ldots(1)$$

$$\text{तत्कालगत्या } \frac{\text{ताय}}{\text{ताका}} = -\text{ज}\sqrt{\text{इ}}.\text{ ज्या (का }\sqrt{\text{इ}} + \text{व}) = \text{चगतिः}$$

कालस्य शून्येनोत्थापने कृते

$$\text{य=ज कोज्याव=अ } \therefore \text{ व} = \text{कोज्या}^{-1}\frac{\text{अ}}{\text{ज}} \text{ अर्थात् कोज्याव} = \frac{\text{अ}}{\text{ज}}$$

$$\frac{\text{ताय}}{\text{ताका}} = \text{ग} = -\text{ज}\sqrt{\text{इ}}.\text{ ज्याव} \therefore \text{ज्याव} = -\frac{\text{ग}}{\text{ज}\sqrt{\text{इ}}}$$

आभ्यां समीकरणाभ्यां ज, व माने व्यक्ते भविष्यतः ।

य = कोज्या $(\text{का}\sqrt{\text{इ}+\text{व}})$ अस्मिन् समीकरणे यदि कालस्य मानं का + $\frac{2\text{ प}}{\sqrt{\text{इ}}}$ एवं भवेत्, तदा

य = कोज्या $(\text{का}\sqrt{\text{इ}+\text{ब}+2\text{ प}})$ = कोज्या $(\text{का}\sqrt{\text{इ}+\text{ब}})$, अर्थात् तदेव य मानम्,

अतः $\frac{2\text{ प}}{\sqrt{\text{इ}}}$ अनेन कालेन चन्द्रः पुनरुच्चमागमिष्यति । एवमनेकानि चमत्कृतान्युदाहरणानि दीर्घवृत्तोपयोगिलिखितप्रकारेभ्यः सिद्ध्यन्ति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

९ CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

वाल्मीकिविद्यापीठपुस्तकालयः

प्रत्यावर्तनतिथिः

विस्ती

मीकि विद्याप

१.

त

प्रश

ततः न. त्रि $= \frac{क^२}{अ} = \frac{अ^२ - अ - त्रि)^२}{अ} = \frac{२ अत्रि - त्रि^२}{अ}$

वा, न अ $=$ २अ $-$ त्रि $\therefore$ अ $= \frac{त्रि}{२ - न}$ ततः केतुवच्छशी प्रसरिष्यति, अर्थात् पुनरागमनं तस्य न भविष्यति, यतो दीर्घवृत्तस्य व्यासावनन्तौ भवतः। एवं बहुधा प्रश्नाश्चिन्त्या बुद्धिमद्भिः किं ग्रन्थविस्तारेणेति।

२. सं वास्तवनवीनसिद्धान्तग्रन्थरचनमस्माकं दौर्भाग्यान्न जातम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri Funding: MIDF

शनानि

Acc. No. 15832
Class No 516.02 Book No Dwi
Author द्विवेदी ...
Title ...

Due on	Borrower's Name	Returned on

516.02
DWI
15832

महेन्द्र संस्कृत विश्वविद्यालय
वाल्मीकि विद्यापीठ
पुस्तकालय

ग्रन्थनाम ... मूल्यम्

१. शुक्लयजुर्वेदका ... ा। २२-००

२. वाक्यपदीयम्— ... ज- ... च- १०७-००

३. महाभाष्यनिगूढ ... भः ... श्रः—२६-८०

४ व्याकरणदर्शनप्र ... — ३६-६०

५. बोधायनशुल्वसूत्र ... न- ... त- ७५-००

६. तन्त्ररत्नम्— ... ो ... —४६-६०

७. तन्त्रसङ्ग्रहः— ... ९२-२०

८. योगिनीहृदयम्- ... ३३-४०

... —६४-००

... ११-००

सयो ... च डॉ० श्रीकृष्णमणित्रिपाठिना महता प्रयासेन पौराणिका महाभारतीयाश्च साङ्ख्य-योगपदार्था विवेचिताः— ३२-८०

...विचारदर्शनम्— [द्वितीयो भागः] ग्रन्थेऽस्मिन् लेखकेन डॉ० हरिहरनाथ-त्रिपाठिना भारतीयविचाराचाराणाम् ऐतिहासिकं तुला-बोधकञ्च विवेचनं कृतम्— १०५-६०

...तिपिटकसद्दानुक्कमणिका—पालित्रिपिटकान्तर्गतानां शब्दानां सान्दर्भिकः समावेशोऽस्मिन् ग्रन्थे कृतो वर्तते— १००-६०

...प्तिस्थानम्—विक्रयविभागः, सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयः, वाराणसी-२२१००

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

[1]एवं सिद्धान्तोपयोगि दीर्घवृत्तलक्षणं संक्षिप्तमुक्तम् वास्तवनवीनसिद्धान्तग्रथने[2] तु विस्तीर्य कथयिष्ये ।

अथ ग्रन्थोपसंहारे निजकुलपरम्परा —

काश्यां सौम्ये विश्वनाथाद्विभाति गव्यूत्यर्धे भव्यमूर्त्तिर्महेशः ।
पृथ्वीशाख्यस्तस्य पार्श्वे निवासो ग्रामे विद्वन् राजगेहार्चिते मे ॥ १ ॥
महीमहेन्द्रार्चितपादपद्मः पितामहो मे मतिमानुदारः ।
विदेहजानाथपदाब्जभृङ्गो 'रामप्रसादो' हि सदा सदासीत् ॥ २ ॥
पञ्चात्मजास्तस्य बभुवुरार्या दक्षा विचारप्रचुरप्रपञ्चे ।
मान्या वदान्या नरदेववर्यः श्रीरामचन्द्राङ्घ्रिसरोजभृङ्गाः ॥ ३ ॥
तत्कनिष्ठस्य पुत्रेण श्रीकृपालोरदो विदः ।
सुधाकरेण चक्रेऽष्टादशवर्षग पुस्तकम् ॥ ४ ॥
वियद्वक्रक्षेत्रभ्रमणचरणाकाशगतयो
ग्रहास्तेषां चारे यदि गणक सोत्कः किल तदा ।
इदं पुस्तं चित्रं सरलकुटिलक्षेत्रचरितं
पठ त्वं सद्बुद्धया चलनकलनज्ञानमहितम् ॥ ५ ॥

इति दीर्घवृत्तलक्षणं समाप्तम् ।

कि विद्यापीठ (

---

१. यथाऽन्यो मत्प्रश्नः —
वत धरावलतो विधुरो विधुर्वलय एव यदा भ्रमति क्षितेः ।
अथ बलाघंबलेन विदस्तदा वदत कुत्र शशी प्रसरिष्यति ॥

अत्र वृत्ते पूर्वरीत्या बलान्तरम् $=\frac{\text{स्पवे}^2}{\text{त्रि}}=\frac{\text{च}^2}{\text{त्रि}}$ अत्र च एकस्मिन् पले समानक्षेत्रफलम्, तथा दीर्घवृत्ते बलान्तरम् $=\frac{\text{च वे}_1}{\text{श्रु}^2}$ अत्र वे_1 बृहद्व्यासोपरिलम्बरूपो वेगः, अथास्मिन् प्रश्ने $\text{श्रु}=\text{त्रि}=$ शशिभ्रमणवृत्तव्यासदलम् ।

तदा प्रश्नोक्त्या $\frac{\text{च}^2}{\text{न त्रि}^3}=\frac{\text{च. वे}_1}{\text{श्रु}^2}=\frac{\text{च}^2\text{. अ}}{\text{त्रि}^2\text{. क}^2}$ यतः $\text{वे}_1=\frac{\text{च. अ}}{\text{के}^2}$

ततः $\text{न. त्रि}=\frac{\text{क}^2}{\text{अ}}=\frac{\text{अ}^2-\text{ अ} - \text{त्रि})^2}{\text{अ}}=\frac{\text{२ अत्रि} - \text{त्रि}^2}{\text{अ}}$

वा, $\text{न अ}=\text{२अ}-\text{त्रि}\ \therefore \text{अ}=\frac{\text{त्रि}}{\text{२}-\text{न}}$ ततः केतुवच्छशी प्रसरिष्यति, अर्थात् पुनरागमनं तस्य न भविष्यति, यतो दीर्घवृत्तस्य व्यासावनन्तौ भवतः । एवं बहुधा प्रश्नाश्चिन्त्या बुद्धिमद्भिः किं ग्रन्थविस्तारेणेति ।

२. सं वास्तवनवीनसिद्धान्तग्रन्थरचनमस्माकं दौर्भाग्यान्न जातम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri Funding: MIDF

...विश्वविद्यालयस्याभिनवप्रकाशनानि

ग्रन्थनाम		मूल्यम्
१. शुक्लयजुर्वेदकाण्वसंहिता—	[उत्तरविंशतिः] संहितेयं सायणभाष्यसहिता प्रकाशिता। सम्पादकः—श्रीचिन्तामणिमिश्रशर्मा—	२२-००
२. वाक्यपदीयम्—	[तृतीयकाण्डस्य द्वितीयो भागः] ग्रन्थरत्नमिदं हेलाराजप्रणीतया प्रकाशव्याख्यया तथा च प० रघुनाथशर्मविरचितया 'अम्बाकर्त्री' टीकया च विभूष्य प्रकाशितम्—	१०७-००
३. महाभाष्यनिगूढाकूतयः—	अनुसन्धानप्रवन्धोऽयं नूनम् आनुसन्धानिकफलश्रुतिभिः समेधितो वर्तते। लेखकः सम्पादकश्च—डॉ० देवस्वरूपमिश्रः—	२६-८०
४ व्याकरणदर्शनप्रतिमा—	आचार्यरामाज्ञापाण्डेयविरचितेऽस्मिन् ग्रन्थे व्याकरणशा[स्त्र]स्य दार्शनिकपदार्थानां मौलिकं विवेचनं कृतमस्ति—	३६-६०
५. बोधायनशुल्बसूत्रम्—	[illegible]ोऽयं श्रीवेंकटेश्वरदीक्षितविर[illegible] [illegible]नशुल्ब- [illegible]बौधायन- [illegible] [illegible] रेखाचित्रैश्च स[illegible]	७५-००
६. तन्त्ररत्नम्—	[[illegible] [illegible]]सनाथितो मीमांसाग्रन्थोऽय साम्प्र[illegible] सम्पादकपण्डितपट्टाभिरामशास्त्रिविरचिततात्त्विकया भूमिकया सनाथितो विराजते—	४६-६०
७. तन्त्रसङ्ग्रहः—	[तृतीयो भागः] तन्त्रशास्त्रस्य विविधतन्त्रसङ्ग्रहात्मकोऽयं ग्रन्थो वहुविधैरनुसन्धानात्मकैः भूमिका-टिप्पण-परिशिष्टैश्च समुल्लसति—	९२-२०
८. योगिनीहृदयम्—	[तृतीयसंस्करणम्] तन्त्रशास्त्रीयोऽयं ग्रन्थः अम्बिकानन्दयोगिकृतदीपिकाख्यया, भास्कररायकृतसेतुबन्धव्याख्यानाख्यया च टीकया समलङ्कृत्य प्रकाशितः—	३३-४०
९. रुद्रयामलम्—	तन्त्रशास्त्रस्य प्राणभूतिमिदं ग्रन्थरत्नं विविधैः किल गवेषणापूर्णैः भूमिका-टिप्पण-परिशिष्टादिभिः विभूष्य प्रकाशितम्—	६४-००
१०. यन्त्रराजविचारविंशाध्यायी—	आचार्यनयनसुखोपाध्यायविरचितेऽस्मिन् ग्रन्थे ज्योतिषशास्त्रीयोपयोगिनां वेधादियन्त्राणां खलु सैद्धान्तिकं प्रायोगिकञ्च विवेचनं कृतं वर्तते—	११-००
११. पुराणेतिहासयोः साङ्ख्ययोगदर्शनविमर्शः—	अनुसन्धानप्रवन्धेऽस्मिन् लेखकेन सम्पादकेन च डॉ० श्रीकृष्णमणित्रिपाठिना महता प्रयासेन पौराणिका महाभारतीयाश्च साङ्ख्य-योगपदार्था विवेचिताः—	३२-८०
१२. भारतीयविचारदर्शनम्—	[द्वितीयो भागः] ग्रन्थेऽस्मिन् लेखकेन डॉ० हरिहरनाथत्रिपाठिना भारतीयविचारा[चा]राणाम् ऐतिहासिकं तुलाबोधकञ्च विवेचनं कृतम्—	१०५-६०
१३. पालितिपिटकसद्दानुक्कमणिका—	पालित्रिपिटकान्तर्गतानां शब्दानां सान्दर्भिकः समावेशोऽस्मिन् ग्रन्थे कृतो वर्तते—	१००-६०

प्राप्तिस्थानम्—विक्रयविभागः, सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयः, वाराणसी-२२१००

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

सुसंप्रा[illegible]ः

महत्त्वपूर्णा अनुसन्धानप्रबन्धाः

१. अथर्ववेदे शान्तिपुष्टिकर्माणि—[वेदः] श्रीमत्या मायामालवीयया वैदिक-वाङ्मयस्यानुशीलनं कृत्वा विरचितः । [illegible]

२. पाणिनीयव्याकरणे प्रमाणसमीक्षा—[व्याकरणम्] श्रीमता रामप्रसाद-त्रिपाठिना विरचिता । २[illegible]

३. प्रक्रियाकौमुदीविमर्शः—[व्याकरणम्] डॉ० आद्याप्रसादमिश्रेण लिखितः ।

४. ग्रहगणितमीमांसा—[ज्यौतिषशास्त्रम्] डॉ० मुरारिलालशर्मणा विरचिता ।

५. सूर्यग्रहणम्—[ज्यौतिषशास्त्रम्]—डॉ० कृष्णचन्द्रद्विवेदिना विरचितम् । इह सूर्यग्रहणस्यार्वाचीनां पद्धतिमनुसृत्यानुसन्धानिकाः सिद्धान्ताः समुपन्यस्ता विदुषा लेखकेन— १२-००

६. प्राच्यभारतीयम् ऋतुविज्ञानम्—[ऋतुविज्ञानशास्त्रम्]—डॉ० धुनीराम-त्रिपाठिना संरचितम् । विज्ञानमयोऽयं प्रबन्धो नूनं संस्कृतवाङ्मयस्य श्रियं समेधयति— १८-००

७. कातन्त्रव्याकरणविमर्शः—[व्याकरणम्]—प्रबन्धलेखकेन विदुषा डॉ० जानकीप्रसादद्विवेदिना भृशमत्र कातन्त्रीयाः शब्दशास्त्रीयाः पदार्था विमृष्टाः— ४०-००

८. महाभाष्यनिगूढाकूतयः—[व्याकरणम्]—अनुसन्धानप्रबन्धोऽयं नूनम् आनुसन्धानिकफलश्रुतिभिः समेधितो वर्तते । लेखकः सम्[illegible] डॉ० देवस्वरूपमिश्रः— २६-५०

९. पुराणेतिहासयोः सांख्ययोगदर्शनविमर्शः—[दर्शनशास्त्रम्] अनुसन्धान-प्रबन्धेऽस्मिन् लेखकेन सम्पादकेन च डॉ० श्रीकृष्णमणित्रिपाठिना महता प्रयासेन पौराणिका महाभारतीयाश्च सांख्ययोगपदार्था विवेचिताः— ३२-८०

१०. वैशेषिकसिद्धान्तानां गणितीयपद्धत्या विमर्शः—[दर्शनशास्त्रम्]—गवेषणा-प्रबन्धेऽस्मिन् वैशेषिकसिद्धान्तानां गणितीयसिद्धान्तमूलकं विश्लेषणं विहितम्— २४-६०

११. वैयाकरणानाम् अन्येषां च मतेन शब्दस्वरूपतच्छक्तिविचारः—[व्याकरणम्]—अनुसन्धानप्रबन्धोऽयं विदुषा डॉ० कालिकाप्रसादशुक्लेन लिखितः । २६-५०

१२. प्रातिवर्णविज्ञानम्—[व्याकरणम्]—गवेषणाप्रबन्धोऽयं बहुभाषाविज्ञेन डॉ० भागीरथप्रसादत्रिपाठिना विरचितः । ३१-००

१३. भारतीयकर्मकाण्डस्वरूपाध्ययनम्—[कर्मकाण्डविषयकः]—अनुसन्धान-प्रबन्धोऽयं डॉ० विन्ध्येश्वरीप्रसादत्रिपाठिना लिखितः । २६-००

प्राप्तिस्थानम्—विक्रयविभागः, सम्पूर्णानन्दसंस्कृतविश्वविद्यालयस्य, वाराणसी—२२१००२.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu